

LINHAS DE BASE, FASE DE FECHAMENTO E GEOMETRIA: FUNDAMENTOS E EVOLUÇÃO DE ARRANJOS RADIOINTERFEROMÉTRICOS

Telmo Claudinei Machado¹, Pedro Camargo Santos¹, Irapuan Rodrigues de Oliveira Filho¹, Jeanne Samara dos Santos Lima², Alexandre Augusto Machado Valentim¹

¹Universidade do Vale do Paraíba (Univap), Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento (IP&D), Avenida Shishima Hifumi 2911, Urbanova, São José dos Campos, SP, 12244-000, Brasil.

²Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), S
Praça Marechal Eduardo Gomes, 50, São José dos Campos, SP, 12228-900, Brasil.

Resumo:

Este trabalho sistematiza como o número de antenas (N), as linhas de base $NB=N(N-1)/2$, as quantidades de fechamento (triângulos de fase de fechamento) e as geometrias do arranjo impactam a cobertura do plano (u,v), a PSF (lóbulos laterais) e a dinâmica de imagem em radiointerferometria. Adotamos uma análise analítico-numérica, com contagens combinatórias (NB e triângulos), métricas de uniformidade de (u,v) e exemplos de feixe sintetizado, cobrindo cenários de N entre 3 e ~ 70 . Ilustramos com casos representativos (VLA, ALMA, BDA e o futuro VTA, na Univap).

Palavras-chave: Interferometria; Linhas de base; Fase de fechamento; Cobertura de Fourier; PSF (Função de Espalhamento de Ponto).

1. Introdução

A rádio astronomia é um campo de estudo que observa o universo em comprimentos de onda de rádio. Um dos maiores desafios técnicos nesta área é a obtenção de imagens com alta resolução angular, ou seja, a capacidade de distinguir detalhes finos. A resolução angular (θ) de um telescópio é limitada por seu diâmetro (D) e pelo comprimento de onda da observação (λ), conforme a relação do critério de Rayleigh. Como os comprimentos de onda de rádio são intrinsecamente longos (λ grande), o critério de Rayleigh impõe uma severa limitação: para se obter uma boa resolução (um θ pequeno), seria necessário um diâmetro de antena (D) de quilômetros, o que é fisicamente impraticável para uma única estrutura. É aqui que a interferometria surge como a solução. Em um arranjo interferométrico, o diâmetro efetivo D da equação não é mais o de uma antena individual, mas sim a maior distância entre duas antenas do arranjo, conhecida como linha de base máxima (B_{max}).

É importante notar a sutil, mas fundamental, diferença entre o critério de Rayleigh e a resolução de um interferômetro. O critério de Rayleigh, com o fator 1,22, descreve a capacidade de um telescópio de abertura circular única (como uma antena parabólica) de separar duas fontes pontuais próximas. Em um arranjo interferométrico, o diâmetro efetivo do sistema não é o de uma antena individual, mas sim a linha de base máxima. Isso permite que um conjunto de antenas menores atinja a resolução angular de um telescópio único com diâmetro equivalente a essa distância máxima, o que seria quase inviável de ser construída.

Em contrapartida, a resolução de um interferômetro não é determinada pelo padrão de difração de uma única antena, mas sim pelo padrão de franjas de interferência criado pela correlação dos sinais de um par de antenas. A resolução angular do arranjo é, portanto, definida pela largura da franja mais fina que o sistema pode produzir. Essa largura é inversamente proporcional à maior distância entre duas antenas do arranjo, a linha de base máxima (B_{max}). Por essa razão, o fator 1,22 é omitido, e a resolução do interferômetro é expressa de forma mais direta.

Isso permite que um conjunto de antenas pequenas, como as propostas para o VTA (Very Tiny Array), o futuro interferômetro compacto da Univap, consiga atingir resoluções comparáveis à de grandes radiotelescópios. O pilar matemático desta técnica é o Teorema de van Cittert-Zernike, que estabelece que a distribuição de visibilidades no plano (u, v) é a Transformada de Fourier da distribuição de brilho $I(l, m)$ da fonte no céu. O coração instrumental do processo é o correlacionador digital, responsável por multiplicar os sinais de todos os pares de antenas. Em pequena escala, plataformas como o Raspberry Pi podem ser usadas para fins educacionais e de prototipagem.

Este trabalho apresenta um estudo dos fundamentos de interferometria de síntese para o dimensionamento de arranjos com diferentes números de antenas, enfatizando linhas de base, quantidades de fechamento (fase de fechamento) e geometrias do arranjo. Exemplos como o VLA (Very Large Array) [6], o BDA (Brazilian Decimetric Array) [7, 1, 5], o ALMA (Atacama Large Millimeter/Submillimeter Array) [9] e arranjos didáticos (e.g., o futuro VTA, na Univap) são citados como referência. A operação desses arranjos depende da técnica de síntese de abertura por rotação da Terra: à medida que a Terra gira, a orientação de cada linha de base em relação à fonte celeste varia, fazendo com que cada par de antenas amostrasse uma trilha elíptica no plano (u,v) . A medição complexa realizada em cada ponto dessa amostragem é a visibilidade. Ao final da observação, o conjunto de todas as visibilidades preenche parcialmente o plano (u,v) ; uma Transformada de Fourier inversa aplicada a esses dados permite reconstruir a imagem da fonte celeste [8, 2, 10]. Além disso, as combinações de três antenas definem triângulos de fase de fechamento, fundamentais para autocalibração a erros dependentes de antena.

2. Análise Comparativa de Arranjos de Antenas

A eficiência de um interferômetro e a quantidade de informação que ele coleta dependem do número de antenas (N). O aumento da eficiência da observação não é linear: enquanto o custo e a complexidade do arranjo crescem com N , a quantidade de informação, representada pelo número de linhas de base (N_B), cresce de forma quadrática, conforme a Equação (1).

$$N_B = \frac{N(N-1)}{2} \quad (1)$$

A Tabela 1 ilustra este princípio. Nela, o caso para $N = 2$ é incluído como um ponto de partida pedagógico, embora sua utilidade científica seja limitada pela impossibilidade de se realizar a autocalibração via fase de fechamento. A tabela demonstra como um modesto aumento percentual no número de antenas resulta em um ganho muito superior na quantidade de informação coletada.

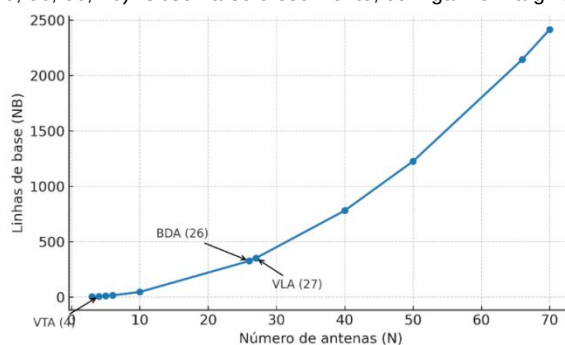
Tabela 1 – Relação de crescimento não-linear entre o número de antenas e o número de linhas de base geradas.

N	N_B	$\Delta N\%$	$\Delta N_B\%$
2	1	-	-
3	3	+50%	+200%
4	6	+33%	+100%

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Sendo: N o número de antenas; N_B o número de linhas de base; $\Delta N\%$ o aumento percentual no número de antenas em relação à linha anterior; e $\Delta N_B\%$ o aumento percentual no número de linhas de base. Este ganho quadrático é ainda mais expressivo em grandes observatórios. O BDA, com suas 26 antenas, opera com 325 linhas de base e passa por constantes modernizações em seus subsistemas [5]. O VLA, com 27 antenas, salta para 351 linhas de base. Como mostra a Figura 1, o número de linhas de base cresce quadraticamente com N , o que explica o alto retorno informacional ao aumentar poucas antenas. Notavelmente, o acréscimo de uma única antena ao arranjo de 26 elementos gera 26 novas e independentes medições.

Figura 1 — Crescimento do número de linhas de base com o número de antenas. Marcadores indicam casos representativos ($N = 3, 4, 5, 6, 10, 26, 27, 40, 50, 66, 70$). Observa-se crescimento, com ganho marginal $\Delta N_B = N$ ao adicionar uma antena.



Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

2.1. A Vantagem Crítica: Fase de Fechamento (Closure Phase)

Além do ganho quantitativo, a vantagem qualitativa de um arranjo com mais antenas é a capacidade de autocalibração. A fase das visibilidades, que contém a informação posicional para formar uma imagem, é severamente corrompida por fatores instrumentais e atmosféricos. Cada sinal recebido por uma antena i sofre um atraso de fase, ϕ_i , devido a variações na troposfera e ionosfera e a pequenas diferenças no caminho eletrônico do receptor. Assim, a fase medida em uma linha de base, Ψ_{ij} , é a soma da fase astronômica verdadeira, Φ_{ij} , com esses erros, conforme a Equação (2).

$$\Psi_{ij} = \Phi_{ij} + \phi_i - \phi_j \quad (2)$$

A técnica da fase de fechamento, desenvolvida por [3], oferece uma solução elegante para eliminar esses erros. Ao somar as fases medidas em um triângulo fechado de antenas (e.g., 1-2, 2-3, 3-1), os termos de erro por antena são cancelados. A Equação (3) demonstra como cada termo de erro ϕ_i é adicionado e subtraído na soma, resultando em um cancelamento completo.

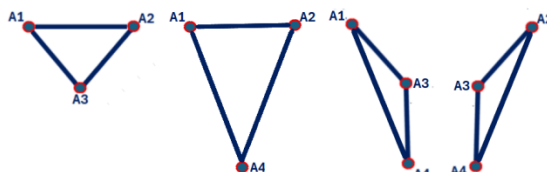
$$(\phi_1 - \phi_2) + (\phi_2 - \phi_3) + (\phi_3 - \phi_1) = 0 \quad (3)$$

O resultado é um observável robusto e imune a erros, a fase de fechamento, onde a soma das fases medidas é igual à soma das fases astronômicas verdadeiras, como demonstrado na Equação (4). Esta técnica foi revolucionária por permitir a reconstrução de imagens de alta fidelidade mesmo com dados corrompidos por ruído de fase [8].

$$\Psi_{12} + \Psi_{23} + \Psi_{31} = \Phi_{12} + \Phi_{23} + \Phi_{31} \quad (4)$$

Esta é a razão fundamental pela qual um arranjo de 4 antenas é muito superior a um de 3: enquanto o arranjo de 3 antenas fornece apenas uma fase de fechamento, o de 4 antenas permite a formação de quatro triângulos independentes (1-2-3, 1-2-4, 1-3-4, 2-3-4). A Figura 2 ilustra visualmente estes quatro triângulos, e a Tabela 2 resume as vantagens, destacando a solução de calibração muito mais robusta.

Figura 2 – Ilustração dos quatro triângulos de fechamento independentes formados em um arranjo com quatro elementos. Cada triângulo permite uma medição da fase de fechamento, aumentando significativamente a robustez da calibração.



Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Tabela 2 – Comparativo entre arranjos de 3 e 4 antenas.

Característica	Arranjo de 3 Antenas	Arranjo de 4 Antenas
Nº de Linhas de Base	3	6
Nº de Fases de Fechamento	1	4
Robustez da Calibração	Mínima	Muito Superior

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

3. Geometrias de um arranjo

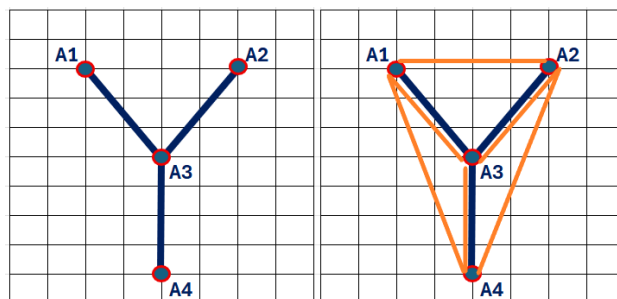
A escolha da geometria de um arranjo não é arbitrária; ela é projetada para otimizar a amostragem do plano (u,v) , o que impacta diretamente a qualidade da imagem final. A configuração em "Y", proposta para o VTA e consagrada por instrumentos como o VLA, é uma solução clássica e eficiente por maximizar a diversidade das linhas de base. Este layout não redundante gera o maior número possível de vetores de linha de base com comprimentos e orientações únicas, garantindo uma cobertura mais completa e uniforme do plano (u,v) [4]. Uma cobertura mais uniforme resulta em uma Função de Espalhamento de Ponto (PSF), ou "feixe sujo", com lóbulos laterais mais baixos.

Na prática, isso se traduz em uma imagem final com maior fidelidade e faixa dinâmica, permitindo a observação de estruturas fracas na presença de fontes brilhantes, um requisito essencial

A Ciência do NANO e seu impacto transformador no MACRO

em muitos estudos astrofísicos [8]. A Figura 3 ilustra a configuração geométrica proposta (à esquerda) e as seis linhas de base resultantes (à direita).

Figura 3 – Sugestão de arranjo em “Y” para as 4 antenas do VTA (à esquerda) e as 6 linhas de base (em laranja) para o arranjo em “Y” (à direita).



Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Os resultados do cálculo das distâncias para as linhas de base são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Distâncias das linhas de base para o modelo proposto do VTA

Linha de Base	Distância Aproximada (m)
A1 – A2	4.0
A1 – A3	3.6
A1 – A4	7.3
A2 – A3	3.6
A2 – A4	7.3
A3 – A4	4.0

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

3.1. Estimativa de Desempenho e Alvo Científico

Embora o documento se concentre na geometria do arranjo, uma estimativa do comprimento de onda operacional (λ) é essencial para contextualizar seu desempenho. Com base na inspiração do VTA no BDA e na viabilidade técnica para um instrumento de pequena escala, a faixa decimétrica é a escolha mais estratégica. Dentro desta faixa, a emissão do hidrogênio neutro (**HI**) na linha de 21 cm ($\lambda \approx 0.21$ m, ou 1420 MHz) se destaca como o alvo científico primário mais relevante. Esta é a linha espectral mais importante da rádio astronomia, e sua observação permitiria ao VTA realizar estudos de impacto, como o mapeamento da estrutura da nossa Galáxia. Com $\lambda = 0.21$ m e a linha de base máxima já calculada de $B_{max} \approx 7.3$ m, a resolução angular (θ) do VTA pode ser estimada:

$$\theta_{VTA} \approx \frac{\lambda}{B_{max}} \approx \frac{0.21 \text{ m}}{7.3 \text{ m}} \approx 0.0288 \text{ radianos}$$

A resolução angular θ_{VTA} de $\approx 0,0288$ equivale a $\approx 1,65^\circ$, que representa aproximadamente três vezes o diâmetro angular da Lua cheia e é suficiente para mapear estruturas galácticas em larga escala e para detectar fontes de rádio intensas e extensas, validando o VTA como um valioso instrumento científico e educacional.

Esta resolução angular permitirá distinguir detalhes no céu que tenham essa separação angular. Para uma referência visual, o diâmetro da Lua cheia no céu é de aproximadamente $0,5^\circ$. Portanto, a resolução de $1,65^\circ$ equivale a um "pixel" no mapa do céu com um tamanho de pouco mais de três Luas cheias enfileiradas.

Deste modo, com esta capacidade, o instrumento não conseguiria resolver detalhes finos (como: estrelas individuais, galáxias distantes e pequenas nebulosas ou regiões de formação estelar), mas oferece resultados confiáveis ao permitir o mapeamento de estruturas de larga escala, sendo ideal para a observação de objetos astronômicos muito grandes e extensos que ocupam grandes

A Ciência do NANO e seu impacto transformador no MACRO

áreas do céu. Além disso, possibilita o estudo da estrutura da Via Láctea, já que, ao observar a emissão do hidrogênio neutro em 21 cm, torna-se viável mapear a distribuição geral dos braços espirais da nossa galáxia e medir como a velocidade do gás varia ao longo do plano galáctico. Essa resolução também é eficiente na detecção de fontes de rádio extensas e brilhantes, como a radiogaláxia Centaurus A ou grandes remanescentes de supernova, permitindo que sejam identificadas e tenham seu formato geral mapeado.

Considerando a maior linha de base atual do BDA de 252 m e o comprimento de onda representativo de 21 cm (0.21 m), temos $NB = 325$ linhas de base. Para operação típica decimétrica (1,2–6 GHz) e adotando $\lambda = 0,21$ m, obtemos:

$$\theta_{BDA} \approx \frac{\lambda}{B_{max}} \approx \frac{0.21 \text{ m}}{252 \text{ m}} \approx 0.000833 \text{ radianos}$$

Esta resolução angular θ_{BDA} de $\approx 0,000833$ equivale a $\approx 0,05^\circ$, ou 2.9 minutos de arco, representa um poder de magnificação significativamente maior que hipotética resolução do VTA. Para referência, o diâmetro da Lua cheia é de 30 minutos de arco. Portanto, esta resolução é capaz de distinguir detalhes dez vezes menores que o diâmetro da Lua. Isto coloca o instrumento entre "larga escala" e um capaz de realizar estudos detalhados de diversas fontes astronômicas.

Comparando com o anterior, podemos considerar que o VTA poderia mapear a localização geral dos braços espirais da Via Láctea. Por sua vez, o BDA possui resolução suficiente para resolver estruturas dentro desses braços, permitindo o estudo de nuvens de hidrogênio individuais, filamentos de gás e "bolhas" no meio interestelar criadas por ventos estelares ou explosões de supernovas, além de poder mapear a estrutura de radiogaláxias próximas, revelando seus jatos de partículas e os lóbulos de rádio que se estendem por milhares de anos-luz. Fontes como Centaurus A ou Fornax A, que para o VTA seriam apenas manchas extensas, para o BDA teriam seu formato muito bem detalhado. Para uma fonte muito energética, como o Sol, o BDA pode ser empregado para estudar as emissões de rádio de regiões ativas. Com uma resolução de 2,9 minutos de arco, é possível monitorar a estrutura de explosões solares e outros fenômenos na coroa solar, que são importantes para o estudo do clima espacial.

O VLA também tem capacidade de observar em 21 cm, e é frequentemente utilizado nesta faixa de observação. Seu receptor da Banda "L" cobre a faixa de 1 a 2 GHz, que inclui perfeitamente a frequência da linha do hidrogênio neutro (1,420 GHz, ou $\lambda \approx 21$ cm). Isso nos permite fazer uma comparação direta da capacidade de resolução dos três instrumentos (VTA, BDA e VLA) no mesmo comprimento de onda.

Considerando a maior linha de base de 36 km (36.000 m) e o comprimento de onda de 21 cm (0,21 m):

$$\theta_{VLA} \approx \frac{\lambda}{B_{max}} \approx \frac{0.21 \text{ m}}{36000 \text{ m}} \approx 0.00000583 \text{ radianos}$$

Esta resolução angular θ_{VLA} de $\approx 0,00000583 \text{ rad}$ equivale a $\approx 0,00033^\circ$, ou 1,188 segundos de arco, aproximado para 1,2 segundos de arco. Esta resolução representa um acréscimo considerável em capacidade, colocando o VLA em uma classe diferente dos outros dois instrumentos. A Lua cheia tem 1800 segundos de arco de diâmetro; portanto, o VLA pode resolver detalhes 1500 vezes menores que o diâmetro lunar. Permite observar hidrogênio em outras galáxias, estrutura ultra-fina na Via Láctea, jatos de buracos negros e formação planetária

4. Discussão

A radiointerferometria moderna é liderada por grandes observatórios, como VLA e ALMA, voltados às fronteiras do conhecimento. Contudo, há um nicho essencial e insubstituível para arranjos com poucas antenas ($N < 10$), como o VTA. O valor desses "mini-interferômetros" concentra-se em formação acadêmica e ciência de nicho. Para formar novos pesquisadores, pequenos arranjos funcionam como laboratórios vivos e de baixo custo, permitindo contato prático com todo o fluxo interferométrico: montagem e teste de receptores, correlação digital, calibração e síntese de imagens. Um arranjo de 4 antenas ainda viabiliza autocalibração por fase de fechamento, oferecendo oportunidade didática única para ensinar uma das técnicas mais poderosas da área. Essa vivência conecta a teoria dos livros-texto à operação de um instrumento real.

A Ciência do NANO e seu impacto transformador no MACRO

Apesar de seu potencial, é fundamental reconhecer as limitações de arranjos com poucos elementos. Como demonstrado, quatro antenas geram seis linhas de base, resultando em uma amostragem esparsa do plano (u,v) . Essa cobertura leva a uma Função de Espalhamento de Ponto (PSF) com lóbulos laterais intensos, limitando a faixa dinâmica da imagem. Na prática, isso dificulta a observação de estruturas de baixo brilho na presença de fontes intensas, refletindo o compromisso entre simplicidade e fidelidade da imagem. Cientificamente, embora inferiores em resolução e sensibilidade a grandes instrumentos, pequenos arranjos ainda produzem ciência de impacto.

Mapear a Via Láctea na linha de 21 cm com instrumentos acadêmicos de pequeno porte, como radiointerferômetros do tipo VTA, é exemplo disso. A resolução de grau-escala, insuficiente para galáxias distantes, é ideal para estruturas galácticas extensas, pouco acessíveis a arranjos maiores e de campo de visão estreito. Além disso, pequenos arranjos funcionam como plataformas para desenvolvimento e teste de tecnologias e algoritmos depois aplicados em observatórios maiores.

Os conceitos aqui introduzidos servirão como base para trabalhos futuros, incluindo o desenvolvimento e a validação de arranjos experimentais em andamento, os quais serão explorados e aprofundados na tese de doutorado do autor principal.

5. Conclusão

A análise apresentada neste trabalho demonstra a superioridade de um arranjo interferométrico com quatro antenas sobre configurações mais simples para aplicações acadêmicas e científicas. Demonstramos que o aumento da eficiência das observações é não linear: passando de três para quatro antenas, dobramos o número de linhas de base, um aumento considerável nas informações coletadas, com acréscimo relativamente baixo no investimento em equipamentos. A vantagem qualitativa reside na robustez da calibração. A capacidade de gerar quatro fases de fechamento independentes, em contraste com apenas uma em arranjos de três elementos, oferece ao instrumento maior imunidade a erros atmosféricos e instrumentais, fator decisivo para obter informações de qualidade superior. Portanto, a escolha de uma arquitetura com quatro antenas não aumenta linearmente a quantidade e a qualidade observadas; representa um acréscimo relevante de informação e uma “fronteira” entre um arranjo destinado a demonstrações e um instrumento com capacidade de coletar dados efetivos para a comunidade científica. A configuração em “Y”, aliada a esse princípio, define um arranjo otimizado e de baixo custo, servindo como base teórica para a implementação de um “mini-interferômetro” que viabiliza observações em pequena escala com qualidade científica significativa. Além disso, proporciona um instrumento útil para estudo e desenvolvimento tecnológicos e para a formação de novos pesquisadores na multidisciplinaridade entre astrofísica, engenharia e ciências afins no Brasil.

Referências

- [1] CECATTO, J. R. *et al.* Análise de Configurações Operacionais do Arranjo de Antena do Interferômetro Brazilian Decimetric Array (BDA). In: Reunião Anual da Sociedade Astronômica Brasileira, 45., 2022, Online.
- [2] CONDON, J. J.; RANSOM, S. M. *Essential Radio Astronomy*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2016.
- [3] JENNISON, R. C. A phase sensitive interferometer technique for the measurement of the Fourier transforms of spatial brightness distributions of small angular extent. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 118, n. 3, p. 276-284, 1958.
- [4] KETO, E. The shapes of cross-correlation interferometers. *The Astrophysical Journal*. 475, n. 2, p. 843, 1997.
- [5] MACHADO, Telmo Claudinei. Atualização e Modernização do Circuito de Síntese de Frequência do BDA (Brazilian Decimetric Array). 2023. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Vale do Paraíba, São José dos Campos.
- [6] NAPIER, P. J., THOMPSON, A. R., & EKKERS, R. D. (1983). The Very Large Array: Design and performance. *Proceedings of the IEEE*, 71(11), 1295-1320.
- [7] SAWANT, H. S. *et al.* Brazilian Decimetric Array BDA: O Primeiro Interferômetro Decimétrico da América Latina. São José dos Campos, SP, Brazil: INPE, 2005.(Relatório Técnico INPE-13051-RPQ/252).
- [8] THOMPSON, A. R.; MORAN, J. M.; SWENSON JR., G. W. *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*. 3rd. ed. Cham: Springer, 2017.
- [9] WOOTTEN, A.; THOMPSON, A. R. The Atacama Large Millimeter/Submillimeter Array. *Proceedings of the IEEE*, v. 97, n. 8, p. 1463–1471, 2009.
- [10] WILSON, T. L.; ROHLFS, K.; HÜTTEMEISTER, S. *Tools of Radio Astronomy*. 6th. ed. Springer, 2016.