

MODELOS POLINOMIAIS DERIVADOS DA RELAÇÃO HIPSSOMÉTRICA DE CURTIS PARA *Eucalyptus cloeziana* SOB REGIME DE TALHADIA

Jonathan Ezequiel da Silveira¹, Carolane Dias Xavier¹, Aretha Julianna Pereira Reis¹, Aliny Rodrigues Marinho¹, Ângela Maria Ferreira Souza², Bruno Oliveira Lafetá¹

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais / Departamento de Engenharia Florestal, Avenida Primeiro de Junho, 1043, Centro - 39705-000 - São João Evangelista-MG, Brasil, jonathan.evangel@gmail.com, carolanediasxavier1819@gmail.com, reisaaretha3@gmail.com, alinyrodrigues006@gmail.com, bruno.lafeta@ifmg.edu.br.

²Escola Estadual Josefina Pimenta, Rua Durval Pimenta, 130, Centro - 39705-000 - São João Evangelista-MG, Brasil, angela.ferreira82@educacao.mg.gov.br

Resumo

O objetivo deste trabalho foi avaliar modelos polinomiais derivados da relação hipsométrica de Curtis e apresentar o mais indicado para estimar a altura total de *Eucalyptus cloeziana* F. Muell sob regime de talhadia. O estudo foi realizado em um talhão experimental implantado em arranjo espacial 3,00 × 2,00m, pertencente ao IFMG. O talhão foi estabelecido em 2001 e, desde 2009, tem sido manejado em regime de talhadia. A condução da talhadia consistiu na manutenção de um broto por cepa ou, em casos de falha, dois brotos por cepa. Testaram-se quatro modelos de regressão polinomiais para a estimativa da altura dos fustes em função exclusivamente de informações diamétricas. O modelo polinomial de 1º Grau correspondeu ao modelo de Curtis. O ajuste desse modelo original apresentou poucos desvios e estimativas biologicamente consistentes. Em contrapartida, os modelos de ordem superior resultaram em curvas com comportamento incoerente, marcadas por oscilações não coerentes com o crescimento natural do genótipo. Conclui-se que a formulação original de Curtis é adequada para a modelagem hipsométrica da unidade de manejo estudada.

Palavras-chave: Altura. Diâmetro. Regressão linear.

Área do Conhecimento: Engenharia Agrônoma / Engenharia Florestal.

Introdução

A quantificação biométrica é fundamental para o planejamento e a gestão de florestas comerciais. Em povoamentos de eucalipto conduzidos em regime de talhadia, estimar com precisão a altura das árvores é um grande desafio estatístico devido às variações entre brotações e à altura irregular das cepas.

A altura total de uma árvore se refere à distância linear do nível do solo até o ápice da copa. Trata-se de uma variável biométrica amplamente utilizada em cálculos volumétricos, classificação de sítios, prognose da produção e planejamento da colheita florestal. A medição direta da altura demanda o uso de instrumentos específicos, operadores qualificados e maior tempo em campo, o que compromete a eficiência operacional do inventário florestal. Como alternativa, as relações hipsométricas permitem estimar a altura total a partir do diâmetro à altura do peito (DAP), variável explicativa de medição mais rápida e simples. O uso de equações matemáticas reduz o esforço amostral sem prejuízo da qualidade das estimativas. Entre os modelos existentes, destaca-se a relação hipsométrica proposta de Curtis (1967), que relaciona a altura logaritimizada com o inverso do diâmetro, sendo amplamente utilizada por sua forma funcional simples e pelo bom desempenho em diferentes contextos silviculturais (Batista *et al.*, 2014; Lafetá *et al.*, 2023).

A regressão linear, por sua vez, oferece uma abordagem estatística eficaz para o ajuste de modelos de predição a partir de dados amostrais. Essa técnica estima os parâmetros com base na minimização dos desvios entre os valores observados e os previstos, além de fornecer medidas associadas ao erro do ajuste (Gujarati; Porter, 2011). Diversos estudos têm empregado funções logarítmicas, inversas e polinomiais na modelagem da relação entre altura e diâmetro, especialmente quando os dados apresentam comportamento não linear (Lafetá *et al.*, 2024).

A Ciência do NANO e seu impacto transformador no MACRO

Modelos polinomiais derivados da relação hipsométrica de Curtis (1967), avaliados nesta pesquisa, buscam ampliar a capacidade de representação das curvas hipsométricas. A inclusão de termos adicionais da variável transformada permite captar variações mais sutis no padrão de crescimento das árvores. Essa flexibilidade favorece, em alguns casos, o ajuste do modelo em estruturas biométricas complexas, como aquelas observadas em talhadias. No entanto, a adoção de polinômios requer cautela, uma vez que essas expressões nem sempre representam de forma adequada o comportamento biológico do crescimento vegetal.

Mediante exposto, o objetivo foi avaliar modelos polinomiais derivados da relação hipsométrica de Curtis (1967) e apresentar o mais indicado para estimar a altura total de *Eucalyptus cloeziana* F. Muell sob regime de talhadia.

Metodologia

O estudo foi realizado em um talhão experimental implantado com um clone de *E. cloeziana* F. Muell em arranjo espacial 3,00 × 2,00m (6m²), localizado no município de São João Evangelista – MG, em área pertencente ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais, nas coordenadas 18°33'04" de latitude Sul e 42°45'38" de longitude Oeste (Datum WGS84). O talhão foi estabelecido em 2001 e, desde 2009, tem sido manejado em regime de talhadia. A condução da talhadia consistiu na manutenção de um broto por cepa ou, em casos de falha, dois brotos por cepa.

O talhão experimental possui área total de 3 ha, altitude de 680 m e declividade de 34%. O tipo de solo predominante é o Latossolo Vermelho-Amarelo distrófico com o horizonte A proeminente.

O inventário florestal foi realizado 16 anos após o início da condução em regime de talhadia, com a instalação de quatro parcelas de 20 × 20 m (400 m²), equivalente a uma intensidade amostral de 5,33%. Todos os fustes dos indivíduos arbóreos com circunferência a 1,30 m de altura do solo (CAP, cm) igual ou superior a 15,71 cm foram mensurados usando fita métrica, sendo calculado o respectivo diâmetro (DAP, cm) pela razão entre CAP e o valor de π (3,141592654...). A altura total foi tomada de todos os fustes com auxílio de hipsômetro eletrônico modelo Haglof.

Testaram-se quatro modelos de regressão polinomiais para a estimativa da altura dos fustes em função exclusivamente de informações diamétricas, discriminados na Tabela 1. O modelo polinomial de 1º Grau correspondeu ao modelo de Curtis (1967). Na análise de regressão, empregou-se o método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO). Parâmetros não significativos pelo teste *t* foram removidos e o modelo novamente ajustado.

Tabela 1 - Modelos testados para a estimativa da altura total (H, m) dos fustes de *E. cloeziana* sob regime de talhadia.

Polinômio	Forma de ajuste
1º Grau	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{DAP} + \ln(\varepsilon)$
2º Grau	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{DAP} + \beta_2 \left(\frac{1}{DAP}\right)^2 + \ln(\varepsilon)$
3º Grau	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{DAP} + \beta_2 \left(\frac{1}{DAP}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{1}{DAP}\right)^3 + \ln(\varepsilon)$
4º Grau	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{DAP} + \beta_2 \left(\frac{1}{DAP}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{1}{DAP}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{1}{DAP}\right)^4 + \ln(\varepsilon)$

ε = erro aleatório. Fonte: os autores.

A qualidade dos ajustes foi avaliada de acordo com a Média dos Desvios Absolutos (MDA), Raiz Quadrada do Erro Médio (RQEM) e coeficiente de determinação ajustado ($\bar{R}^2$). Menores valores de MDA e RQEM implicam em melhor qualidade preditiva. A homocedasticidade dos resíduos foi avaliada por análise de inspeção gráfica dos resíduos percentuais. Além dos critérios estatísticos, considerou-se a consistência biológica das curvas hipsométricas, verificando se a relação entre

diâmetro e altura refletia o padrão de crescimento esperado para o genótipo, sem variações anômalas ou inflexões inconsistentes com o desenvolvimento natural dos fustes.

As análises estatísticas foram efetuadas com auxílio do software R versão 4.4.1 (R Core Team, 2024), ao nível de significância de 5,0%.

Resultados

O inventário florestal contemplou 150 fustes, com DAP de 6,9 a 39,3 cm e altura total de 8,6 a 35,5 m. O modelo polinomial de 3º Grau não se ajustou aos dados hipsométricos observados, e o de 4º Grau foi reajustado com intercepto nulo. Os parâmetros dos modelos testados e a qualidade dos ajustes estão apresentados na Tabela 2. As equações geradas apresentaram poucos desvios, com baixos valores de MDA e RQEM. O maior coeficiente de determinação ajustado foi obtido com o modelo de 4º Grau.

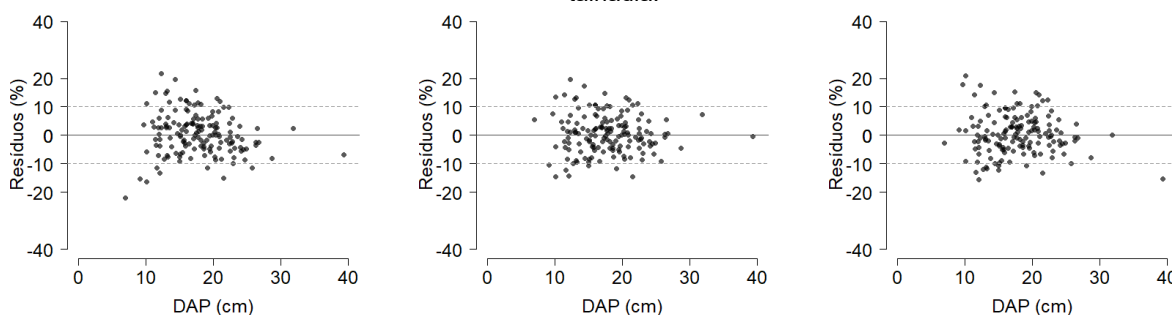
Tabela 2 - Coeficientes e qualidade de ajuste dos modelos polinomiais derivados da relação hipsométrica de Curtis (1967) para estimar a altura total de *E. cloeziana* sob regime de talhadia.

Grau	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	MDA	RQEM	$\bar{R}^2$
1º	3,57*	-11,75*	-	-	-	0,16	0,20	0,50
2º	4,18*	-30,41*	131,08*	-	-	0,15	0,19	0,56
4º	-	220,14*	-5133,97*	45848,26*	-138980,49*	0,16	0,20	0,99

β_0 , β_1 , β_2 , β_3 e β_4 = parâmetros dos modelos de regressão; MDA = média dos desvios absolutos; RQEM = raiz quadrada do erro médio; $\bar{R}^2$ = coeficiente de determinação ajustado. *significativo a 5% de probabilidade pelo teste *t*. Fonte: os autores.

A análise de inspeção gráfica da distribuição dos resíduos percentuais das três relações funcionais estabelecidas para a estimativa da altura dos fustes de *E. cloeziana* sob regime de talhadia evidenciou resíduos homogeneamente distribuídos ao longo do eixo das abcissas (Figura 1).

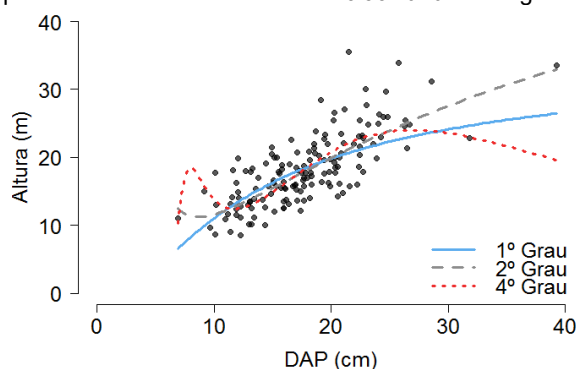
Figura 1 - Representações gráficas da distribuição de resíduos percentuais do ajuste de modelos polinomiais derivados da relação hipsométrica de Curtis (1967) para estimar a altura total de *E. cloeziana* sob regime de talhadia.



Fonte: os autores.

A tendência assintótica crescente não foi observada em todas as curvas geradas pelos modelos hipsométricos polinomiais. O padrão da estimativa de altura obtido pelas equações dos modelos de 3º e 4º grau não foi biologicamente condizente, apresentando oscilações com o aumento do diâmetro dos fustes; ora diminuindo, ora aumentando. Portanto, o modelo original de Curtis (1967), de 1º Grau, mostrou-se o mais preciso para as estimativas hipsométricas no contexto do genótipo, regime de manejo e sítio avaliados.

Figura 2 - Representação gráfica do ajuste de modelos polinomiais derivados da relação hipsométrica de Curtis (1967) para estimar a altura total de *E. cloeziana* sob regime de talhadia.



Fonte: os autores.

Discussão

Estabeleceram-se três relações funcionais polinomiais para a estimativa da altura de fustes de *E. cloeziana* conduzidos em regime de talhadia, derivadas da relação hipsométrica proposta por Curtis (1967). A escolha de um modelo hipsométrico adequado é essencial para garantir estimativas precisas de altura, especialmente em povoamentos sob talhadia, nos quais a variabilidade morfológica pode ser mais acentuada. Nessa seleção, devem ser considerados critérios tanto estatísticos quanto biológicos (Soares *et al.*, 2006; Campos; Leite, 2017; Lafetá *et al.*, 2024).

Embora os modelos de 3º e 4º grau tenham apresentado baixos desvios (Tabela 2), os ajustes resultantes não foram biologicamente consistentes. As curvas geradas apresentaram oscilações com o aumento do diâmetro, contrariando o comportamento monotônico esperado da relação entre altura e DAP (Campos; Leite, 2017). Tais inflexões violam o padrão assintótico típico do crescimento arbóreo, comprometendo a aplicabilidade prática dessas equações em contextos de manejo e prognose florestal.

Em contraste, o modelo original de Curtis (1967), de 1º grau, ainda que com menor coeficiente de determinação ajustado, demonstrou ser o mais coerente do ponto de vista biológico, além de apresentar comportamento estável ao longo de toda a faixa diamétrica observada. A equação descreveu uma relação crescente e suavemente assintótica entre diâmetro e altura, compatível com a morfologia e a fisiologia da espécie estudada.

Destaca-se, ainda, que a simplicidade estrutural do modelo de 1º grau, ou sua parcimônia, constitui uma vantagem prática adicional, favorecendo sua adoção em inventários florestais e sistemas de monitoramento. Vale ressaltar que modelos excessivamente parametrizados, embora capazes de proporcionar bons ajustes numéricos, tendem a gerar equações instáveis quando extrapoladas para além da faixa de dados observada, o que pode comprometer a confiabilidade das estimativas (Gujarati; Porter, 2011).

Conclusão

O modelo original de Curtis (1967), formulado em 1º Grau, é adequado para a modelagem hipsométrica da unidade de manejo implantada com *E. cloeziana* conduzida em regime de talhadia.

Referências

BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z.; SILVA FILHO, D. F. **Quantificação de recursos florestais: árvores, arvoredos e florestas**. 1 ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2014. 384p.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal**: perguntas e respostas. 5. ed. Viçosa: UFV. 2017. 636p.

CURTIS, R. O. Height, diameter and height diameter age equations for second growth Douglas-fir. **Forest Science**, v. 13, p. 365-375, 1967.

GUJARATI, D.N.; PORTER, D.C. **Econometria básica**. 5. Ed. Porto Alegre -RS: AMGH Editora Ltda., 2011. 924p.

LAFETÁ, B. O.; PIMENTA, I. A.; SANTOS, M. A.; RODRIGUES, H. B. X.; FONTAN, I. C. I.; FERRARO, A. C.; VIEIRA, D. S. Alternativas de modelagem para a estimativa da altura de árvores de eucalipto. **Revista Forestal Mesoamericana Kurú**, v. 20, p. 1-27, 2023.

LAFETÁ, B. O.; SAMPAIO, J. M. B.; MILAGRES, V. A. C.; FONTAN, I. C. I.; VIEIRA, D. S.; SANTOS, E. B. Applications of hypsometric relations and volumetry in seminal stand of *Eucalyptus cloeziana* F. Muell. **Revista de Ciências Agroveterinárias**, v. 23, n. 3, p. 492-501, 2024.

R CORE TEAM. **R**: A language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing. 2024.

SOARES, C. P. B., PAULA NETO, F., SOUZA, A. L. **Dendrometria e Inventário Florestal**. 1. ed. Viçosa: Ed. UFV, 2006. 276p.

Agradecimentos

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG) pelo apoio logístico e estrutural para a realização do presente projeto.