

MÉTODOS DE AJUSTE DA FUNÇÃO WEIBULL NA DESCRIÇÃO HIPSOMÉTRICA DE MUDAS DE *Cenostigma pluviosum* (FABACEAE)

Fernanda Marques Castro, Lucas Aguiar da Silva, Eliene Moraes Afonso, Luís Henrique de Andrade Guimarães, Ana Flávia Andrade Leão, Kamila Ariele Moreira Moura, Bruno Oliveira Lafetá

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais / Departamento de Engenharia Florestal, Avenida Primeiro de Junho, 1043, Centro - 39705-000 - São João Evangelista-MG, Brasil, fernandamarquesifmg@gmail.com, lukasaguiar1409@gmail.com, elyenemorais28@gmail.com, andraderick2010@gmail.com, branca8vl@gmail.com, kamilamoura800@gmail.com, bruno.lafeta@ifmg.edu.br.

Resumo

O objetivo deste trabalho foi avaliar diferentes métodos de ajuste da função Weibull para a modelagem da distribuição hipsométrica de mudas da espécie *C. pluviosum* (Fabaceae). Mensurou-se a altura total de 49 mudas aleatórias produzidas no viveiro de mudas do IFMG, no município de São João Evangelista-MG. As mudas foram produzidas em tubetes de 180 cm³, no sistema de canteiro suspenso. Avaliaram-se dois métodos de ajuste da função Weibull de dois parâmetros, assim discriminados: Método da máxima verossimilhança (Maximum Likelihood Estimation, MLE) e Método da máxima qualidade de ajuste (Maximum Goodness-of-fit Estimation, MGE). O método MGE apresentou valores da raiz quadrada do erro médio e da média dos desvios absolutos um pouco menores em comparação com aquele da máxima verossimilhança, além de maior coeficiente de correlação. Conclui-se que o método MGE se mostrou adequado para a modelagem da distribuição de altura das mudas de *C. pluviosum*, empregando a função Weibull de dois parâmetros.

Palavras-chave: Frequência. Máxima verossimilhança. Máxima qualidade de ajuste. Tamanho.

Área do Conhecimento: Engenharia Agrônômica / Engenharia Florestal.

Introdução

Cenostigma pluviosum (DC.) Gagnon & G.P.Lewis (Fabaceae), conhecida popularmente como sibipiruna, é uma espécie arbórea nativa do estado do Espírito Santo, amplamente utilizada em programas de arborização urbana (Caetano *et al.*, 2022). Trata-se de uma espécie heliófita decídua, com alta produção de sementes e potencial para a produção de madeira (Rodrigues-Leite *et al.*, 2024). Os possíveis usos de sua madeira a tornam especialmente atraente para reflorestamento em pequenas propriedades, permitindo colheitas periódicas de recursos madeireiros e não madeireiros (Caetano *et al.*, 2022).

No que diz respeito à produção de mudas de espécies nativas, o sucesso do planejamento depende da quantidade e da qualidade das informações disponíveis. É comum representar grandes conjuntos de dados por meio de medidas gerais de posição e dispersão, negligenciando informações relacionadas à sua distribuição. A modelagem da distribuição hipsométrica é uma técnica estatística importante para subsidiar decisões silviculturais, sobretudo na seleção de mudas para a alocação de recursos escassos (Lafetá *et al.*, 2018).

A Função de Densidade Probabilística (FDP) mais difundida no setor florestal é a Weibull, devido à sua flexibilidade em representar distribuições de diferentes formatos e assimetrias (Santos *et al.*, 2023). O ajuste de uma FDP pode ser realizado por diversos métodos, incluindo o método da máxima verossimilhança, método da máxima qualidade de ajuste, método dos percentis, método dos momentos e a aproximação linear (Campos; Leite, 2017). Esses métodos têm em comum o propósito de minimizar a discrepância entre as frequências observadas e aquelas estimadas pela função ajustada.

Deste modo, o objetivo deste trabalho foi avaliar diferentes métodos de ajuste da função Weibull para a modelagem da distribuição hipsométrica de mudas da espécie *C. pluviosum* (Fabaceae).

Metodologia

A amostragem biométrica foi realizada no viveiro de mudas do Instituto Federal de Minas Gerais, no município de São João Evangelista – MG. O clima da região é do tipo Cwa (temperado chuvoso-mesotérmico) conforme o sistema de classificação de Köppen, com verão chuvoso e inverno seco. As médias anuais de precipitação e temperatura são de 1.000 mm e 21,2° C, respectivamente (Climate.Data.Org, 2024).

A rotina comercial da produção de mudas de espécies florestais no viveiro envolve o sistema de canteiro suspenso, em tubetes de 180 cm³, preenchidos com uma mistura de terra de subsolo, moinha de carvão e esterco bovino curtido na proporção de 3:1:1. O tipo de solo predominante na região é o Latossolo Vermelho-Amarelo distrófico com o horizonte A proeminente. A irrigação é realizada quatro vezes ao dia com duração de 15 minutos, sendo adotado bicos aspersores com vazão de 54 L h⁻¹;

Mensurou-se a altura total de 49 mudas aleatórias de *C. pluviosum* em julho de 2024, com auxílio de régua milimetrada. A assimetria dos dados foi calculada pelo método dos momentos. Os dados foram agrupados em classes biométricas com intervalos regulares de 2 cm de altura. Avaliaram-se dois métodos de ajuste da função Weibull de dois parâmetros, assim discriminados: Método da máxima verossimilhança (Maximum Likelihood Estimation, MLE) e Método da máxima qualidade de ajuste (Maximum Goodness-of-fit Estimation, MGE).

Função de densidade probabilística – Weibull de dois parâmetros:

$$f(x) = \left(\frac{\gamma}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma}}$$

Em que: x = centro de classe biométrica, x ≥ 0; β = parâmetro de escala, β > 0; γ = parâmetro de forma, γ > 0; e = constante neperiana.

A qualidade dos ajustes foi avaliada de acordo com os valores da Raiz Quadrada do Erro Médio (RQEM), Média dos Desvios Absolutos (MDA) e coeficiente de correlação de Pearson ($r_{Y\hat{Y}}$). Baixos valores de RQEM e MDA, além de altos valores de $r_{Y\hat{Y}}$, implicam em melhor qualidade preditiva. A aderência das funções aos dados observados foi avaliada pelo teste de Kolmogorov-Smirnov (Gibbons; Subhabrata, 1992). Complementarmente, realizou-se a análise gráfica entre valores observados e estimados pelas equações obtidas.

As análises estatísticas foram efetuadas com auxílio do software R versão 4.4.1 (R Core Team, 2024), ao nível de significância de 5,0%.

Resultados

A altura total das mudas de *C. pluviosum* variou de 21,3 a 35,3 cm. Os métodos de ajuste avaliados para a função Weibull de dois parâmetros apresentaram poucos desvios, com baixos valores de RQEM e MDA (Tabela 1). Os coeficientes de correlação, entre frequências estimativas e observadas de altura, foram moderados e significativos ($r_{Y\hat{Y}} > 0,59$; p ≤ 0,01). O método da máxima qualidade de ajuste apresentou valores de RQEM e MDA um pouco menores em comparação com aquele da máxima verossimilhança, além de maior coeficiente de correlação.

Tabela 1 - Coeficientes e qualidade dos métodos de ajuste da função Weibull de dois parâmetros para a modelagem da distribuição de altura das mudas de *C. pluviosum*.

Método de ajuste	Coeficientes		RQEM	MDA	$r_{Y\hat{Y}}$
	Forma	Escala			
MLE	3,8890	21,9988	0,0694	0,0539	0,5980*
MGE	4,2517	21,1864	0,0665	0,0527	0,6588*

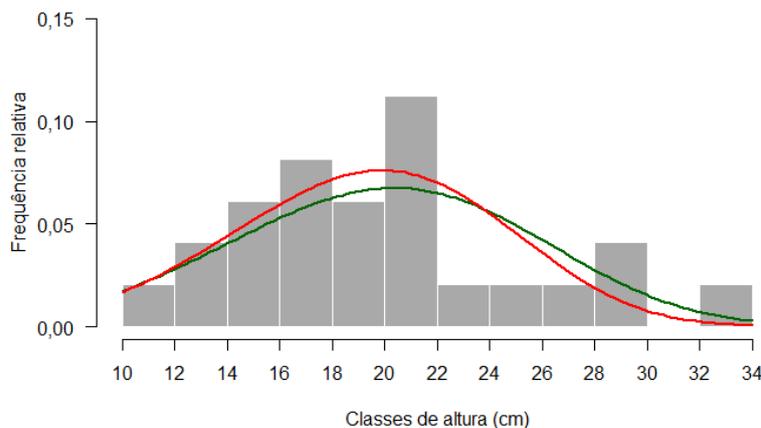
MLE = método da máxima verossimilhança; MGE = método da máxima qualidade de ajuste; RQEM = raiz quadrada do erro médio; MDA = média dos desvios absolutos e; $r_{Y\hat{Y}}$ = coeficiente de correlação de Pearson.

*significativo a 5% de probabilidade pelo teste t.

Fonte: os autores

Todas as funções ajustadas exibiram aderência aos dados observados pelo teste de Kolmogorov-Smirnov ($p > 0,05$), com valor da estatística d_n de 0,5454. A distribuição de altura exibiu leve tendência à assimetria positiva, com um coeficiente de assimetria igual a 0,6209. O histograma de frequências resultante revelou uma curva que se assemelhou à forma de um sino (Figura 1).

Figura 1 – Frequência relativa hipsométrica observada e estimada pelos métodos de ajuste da função Weibull de dois parâmetros para a modelagem da distribuição de altura das mudas de *C. pluviosum*. Verde = método da máxima verossimilhança; Vermelho = método da máxima qualidade de ajuste.



Fonte: os autores.

Discussão

Estabeleceram-se duas relações funcionais para a estimativa da frequência de fustes em classes de 2 cm de altura, a partir da parametrização da função Weibull de dois parâmetros. A escolha da método de ajuste de uma FDP não é uma tarefa simples, pois, em alguns casos, o procedimento estatístico gera estimativas enviesadas de frequência e não reflete adequadamente a real distribuição dos dados biométricos (Campos; Leite, 2017).

Embora a aderência da função Weibull de dois parâmetros aos dados tenha sido verificada para ambos os métodos de ajuste, aquele da máxima qualidade de ajuste demonstrou maior acurácia na estimativa de frequências hipsométricas (Tabela 1). A análise de inspeção gráfica confirmou que as estimativas dessa função apresentaram menos desvios em comparação ao método da máxima verossimilhança, principalmente do intervalo entre 10 e 28 cm de altura (Figura 1). Pequenas melhorias na qualidade do desempenho preditivo são essenciais para a assertividade da tomada de decisões silviculturais em viveiros produtores de mudas.

A classificação de lotes de mudas em viveiros em termos de altura demonstrou ser uma abordagem necessária para a melhoria do controle de qualidade. Mudas de alta qualidade tendem apresentar maiores taxas de crescimento e, portanto, mais valorizadas para a comercialização e uso destinado à arborização urbana. Mudas que crescem mais rapidamente exigem maior atenção na aplicação de tratamentos silviculturais, como a aplicação adicional de nitrogênio (N) com base no balanço nutricional (Lafetá *et al.*, 2018).

Mudas menores, que atendem a um determinado padrão de qualidade, podem ser direcionadas a pequenos e médios agricultores, que geralmente enfrentam maiores limitações financeiras para a recuperação florestal (Ferraz; Engel, 2011; Pinto *et al.*, 2011). Outro público-alvo são empresas com restrições de capital para iniciar projetos de reflorestamento. Assim, mudas maiores são indicadas para o reflorestamento em locais onde há clara possibilidade de sobrevivência e estabelecimento das espécies (Pinto *et al.*, 2011).

Conclusão

O método da máxima qualidade de ajuste se mostrou adequado para a modelagem da distribuição de altura das mudas de *C. pluviosum*, empregando a função Weibull de dois parâmetros.

Referências

CAETANO, A. L.; PÁDUA, M. P.; POLO, M.; PASQUAL, M.; PEREIRA, F. J. Growth, anatomy, and gas exchange of *Cenostigma pluviosum* cultivated under reduced water levels in iron mining tailings. **Journal of Soils and Sediments**, 22, p. 381-391, 2022.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 5. ed. Viçosa: UFV. 2017. 636p.

CLIMATE-DATA.ORG. Clima: São João Evangelista. Disponível em: <<https://en.climate-data.org/south-america/brazil/minas-gerais/sao-joao-evangelista-175926/>>. Acesso em: 01 ago. 2024.

FERRAZ, A. V.; ENGEL, V. L. Efeito do tamanho de tubetes na qualidade de mudas de jatobá (*Hymenaea courbaril* L. var. *stilbocarpa* (Hayne) Lee et Lang.), ipê-amarelo (*Tabebuia chrysotricha* (Mart. Ex Dc.) Sandl.) e guarucaia (*Paraptadenia rígida* (Benth.) Brenan). **Revista Árvore**, v. 35, n. 3, p. 413-423, 2011.

GIBBONS, J. D.; SUBHABRATA, C. **Nonparametric statistical inference**. 3. ed. New York: Marcel Dekker, 1992. 544p.

LAFETÁ, B.O.; RODRIGUES, R.; PENIDO, T. M. A.; LAGE, P. Modeling of hypsometric distribution of *Handroanthus heptaphyllus* seedlings in different containers. **African Journal of Agricultural Research**, v. 13, n. 37, p. 1915-1923, 2018.

PINTO, J. R.; MARSHALL, J. D.; DUMROESE, R. K.; DAVIS, A. S.; COBOS, D. R. Establishment and growth of container seedlings for reforestation: a function of stocktype and edaphic conditions. **Forest Ecology and Management**, v. 261, p. 1876-1884, 2011.

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing. 2024.

RODRIGUES-LEITE, J.; DUARTE, D.; MOSER-REISCHL, A.; RÖTZER, T. *Cenostigma pluviosum* tree stem growth and carbon storage in a subtropical urban environment: a case study in Sao Paulo city. **Forests**, v. 15, 1239, 2024.

SANTOS, D. W. S.; STEPKA, T. F.; HESS, A. F. Modelagem da distribuição diamétrica e hipsométrica de espécies comerciais nativas da Amazônia brasileira. **Scientia Forestalis**, v. 51, e3947, 2023.

Agradecimentos

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG) pelo apoio logístico e estrutural para a realização do presente projeto de pesquisa.