

## ABORDAGEM BAYESIANA APLICADA AO MODELO DE STOFFELS-SOEST PARA ESTIMAR ALTURA DE FUSTES EM MACHADINHO D'OESTE-RO

Rafael Gomes Leão, Maria Vitória Alexandrina Ferreira, Luiz Flávio Nunes Costa, Tailhane Luiza Andrade de Sousa, Marco Tulio Chagas de Carvalho Gomes, Caroline Junqueira Sartori, Bruno Oliveira Lafetá

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais / Departamento de Engenharia Florestal, Avenida Primeiro de Junho, 1043, Centro - 39705-000 - São João Evangelista-MG, Brasil, rafaelgomesps2018@gmail.com, vitoriaa.ferreira84@gmail.com, luiz.flavionunes02@gmail.com, luizatailhane@gmail.com, marcotuliochagas34273@gmail.com, caroline.sartori@ifmg.edu.br, bruno.lafeta@ifmg.edu.br.

### Resumo

O objetivo foi avaliar a aplicação da abordagem Bayesiana ao modelo de Stoffels-Soest para estimar a altura total de fustes na Amazônia Ocidental, no município de Machadinho D'Oeste-RO. O inventário florestal foi coordenado pelo Serviço Florestal Brasileiro e consistiu na distribuição sistemática de 8 conglomerados com quatro subunidades retangulares de 2.000 m<sup>2</sup>. O modelo linear hipsométrico de Stoffels-Soest foi adotado como referência para a estimativa da altura em função exclusivamente do diâmetro. O modelo foi ajustado pelo método dos mínimos quadrados ordinários (MQO) e por abordagem Bayesiana. A abordagem Bayesiana foi avaliada com adoção de 500, 1.000, 2.000 e 4.000 iterações. O ajuste por abordagem Bayesiana mostrou-se um pouco menos preciso em comparação com o MQO, diferenciando entre si em milésimos. O aumento da quantidade de iterações da abordagem Bayesiana não implicou em melhoria da qualidade preditiva. Conclui-se que a abordagem Bayesiana é uma metodologia promissora para a parametrização do modelo hipsométrico de Stoffels-Soest aplicado à vegetação lenhosa em estudo.

**Palavras-chave:** Relação hipsométrica. Modelagem. Parametrização.

**Área do Conhecimento:** Engenharia Agrônômica / Engenharia Florestal.

### Introdução

A modelagem hipsométrica de árvores é uma etapa imprescindível para a quantificação dos recursos florestais madeireiros. O estabelecimento de relações funcionais para a estimativa da altura total em função de uma variável de mais fácil e rápida medição, como o diâmetro, torna inventários florestais menos laboriosos e onerosos. Essa técnica estatística é especialmente recomendada em situações onde a visualização do topo das copas é dificultada pela maior densidade da vegetação e/ou dossel fechado (Soares *et al.*, 2006).

Neste trabalho, foi considerado um modelo hipsométrico amplamente difundido na literatura florestal, conhecido por Stoffels e Soest (1953). Trata-se de um modelo de simples entrada, baseado em variáveis logaritmizadas da altura e diâmetro de fustes. Essa estrutura logarítmica facilita a modelagem de relações não lineares entre altura e diâmetro, proporcionando uma modelagem flexível e eficiente para a estimativa da altura arbórea (Gujarati; Porter, 2011; Campos; Leite, 2017).

Diversas metodologias para o estabelecimento de relações funcionais lineares estão disponíveis na literatura estatística, como o método dos mínimos quadrados ordinários, abordagem Bayesiana, regressão quantílica e técnicas de inteligência artificial (Lindley; Smith, 1972; Campos; Leite, 2017; Araújo Júnior *et al.*, 2016). Entre essas metodologias, a abordagem Bayesiana se destaca pela perspectiva mais robusta e flexível para a parametrização de modelos matemáticos por meio de informações da distribuição de probabilidade a priori, particularmente útil em contextos com dados limitados ou quando há necessidade de integrar conhecimentos prévios específicos sobre o sistema estudado (Salles *et al.*, 2019).

O objetivo foi avaliar a aplicação da abordagem Bayesiana ao modelo de Stoffels e Soest (1953) para estimar a altura total de fustes na Amazônia Ocidental, município de Machadinho D'Oeste-RO.

## Metodologia

As informações biométricas utilizadas foram provenientes do Inventário Florestal Nacional realizado em região de planície no município de Machadinho D'Oeste, Rondônia. A região se encontra em bioma amazônico e possui clima do tipo Am pela classificação do sistema internacional de Köppen. As médias anuais de temperatura e precipitação são de 26,0 °C e 2.104 mm, respectivamente (Climate-Data.Org, 2024).

O inventário foi coordenado pelo Serviço Florestal Brasileiro e suas informações metodológicas/quantitativas se encontram disponibilizadas no Sistema Nacional de Informações Florestais (SBF, 2024). A amostragem consistiu na distribuição sistemática de 8 conglomerados com quatro subunidades retangulares (20 x 100 m) e perpendiculares em relação ao seu ponto central, em forma de cruz de Malta; a distância entre as subunidades e o ponto central foi de 50m. Todos os fustes com diâmetro a 1,30 m de altura do solo (DAP, cm) igual ou superior a 10,0 cm foram mensurados usando fita diamétrica. A altura total dos fustes (H, m), distância linear do nível do solo ao ápice da copa, foi obtida com auxílio de vara graduada.

O modelo linear hipsométrico de Stoffels e Soest (1953) foi adotado como referência para a estimativa da altura total em função exclusivamente do diâmetro. O modelo foi ajustado para todo o banco de dados pelo método dos mínimos quadrados ordinários (MQO) e por abordagem Bayesiana – com função de densidade probabilística Gaussiana. A abordagem Bayesiana foi avaliada com adoção de 500, 1.000, 2.000 e 4.000 iterações.

Modelo de Stoffels e Soest (1953):

$$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \ln(DAP) + \ln(\varepsilon)$$

Em que:  $\beta_0$  e  $\beta_1$  = parâmetros dos modelos de regressão e  $\varepsilon$  = erro aleatório.

O desempenho da modelagem foi avaliada de acordo com os valores da Raiz Quadrada do Erro Médio (RQEM), Média dos Desvios Absolutos (MDA) e coeficiente de correlação de Pearson ( $r_{Y\hat{Y}}$ ). Menores valores de RQEM e MDA implicaram em melhor qualidade preditiva. Realizaram-se análises de inspeção gráfica dos valores estimados e observados de altura em função do diâmetro, com intervalos de confiança de 95% de probabilidade definidos somente para a metodologia MQO.

As análises estatísticas foram efetuadas com auxílio do software R versão 4.4.1 (R Core Team, 2024), ao nível de significância de 5%.

## Resultados

O inventário florestal amostrou 1.761 fustes com amplitudes de 10 a 158,6 cm de DAP e de 2 a 42 m de altura. Os parâmetros dos modelos testados e a qualidade dos ajustes estão apresentados na Tabela 1. As equações obtidas para a estimativa de altura apresentaram poucos desvios, com baixos valores de RQEM e MDA. Os coeficientes de correlação foram moderados e significativos ( $r_{Y\hat{Y}} > 0,71$ ,  $p \leq 0,05$ ). O modelo de Stoffels e Soest (1953) ajustado pela abordagem Bayesiana mostrou-se um pouco menos preciso em comparação com o MQO, diferenciando entre si em milésimos.

Tabela 1 - Coeficientes e qualidade de ajuste do modelo de Stoffels e Soest (1953) pelo método dos mínimos quadrados ordinários (MQO) e abordagens Bayesianas (B) para a estimativa da altura de fustes em Machadinho D'Oeste, Rondônia

Modelo	$\beta_0$	$\beta_1$	MDA	RQEM	$r_{YY}$
MQO	1,325662	0,469031	3,1177	4,2253	0,7178*
B - 500 iterações	1,326583	0,468682	3,1184	4,2256	0,7179*
B - 1.000 iterações	1,326180	0,468802	3,1185	4,2257	0,7179*
B - 2.000 iterações	1,326420	0,468679	3,1190	4,2261	0,7179*
B - 4.000 iterações	1,324949	0,469188	3,1186	4,2259	0,7178*

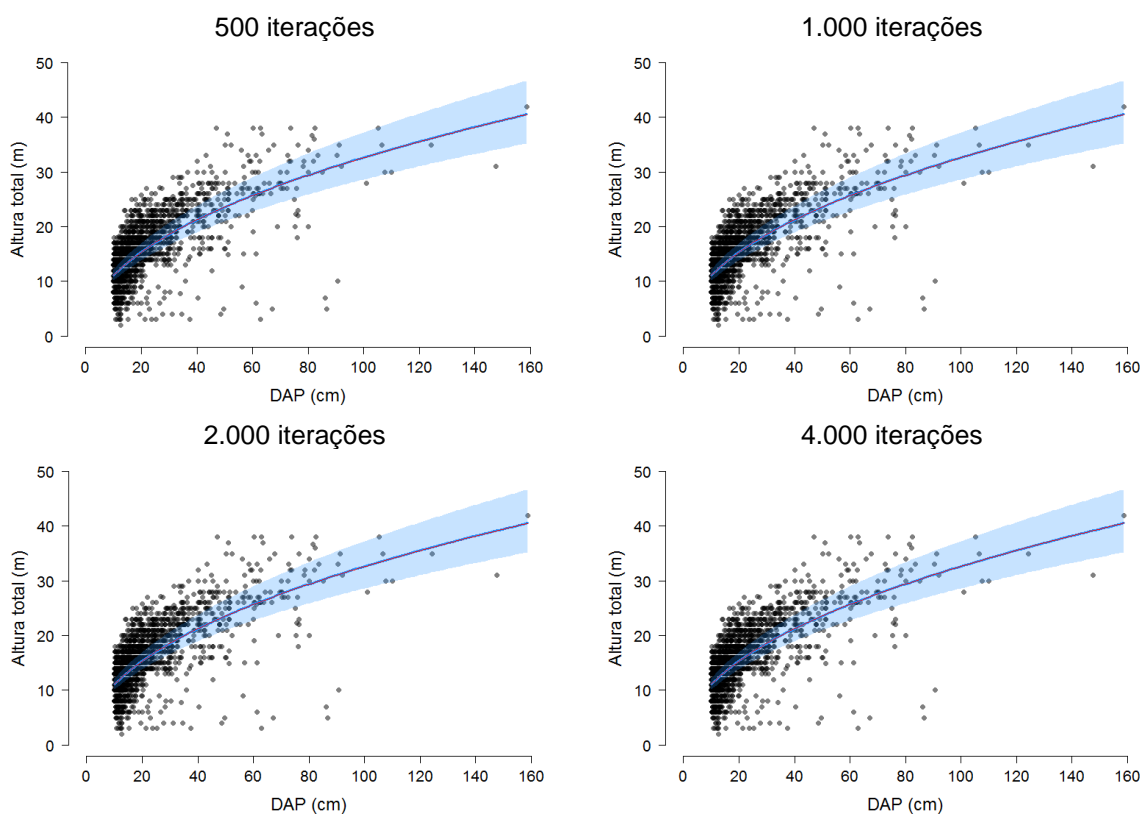
$\beta_0$  e  $\beta_1$  = parâmetros dos modelos lineares de regressão; RQEM = raiz quadrada do erro médio; MDA = média dos desvios absolutos; e

$r_{YY}$  = coeficiente de correlação de Pearson; \*significativo a 5% de probabilidade pelo teste t.

Fonte: os autores.

O aumento da quantidade de iterações da abordagem Bayesiana não implicou em melhoria da qualidade preditiva (Tabela 1). Pela análise visual das margens de confiança ( $1 - \alpha = 0,95$ ), verificou-se similaridade estatística das estimativas hipsométricas entre o MQO e as abordagens Bayesianas, com diferentes quantidades de iterações, para o ajuste do modelo de Stoffels e Soest (1953).

Figura 1 - Representações gráficas do modelo de Stoffels e Soest (1953) ajustado pelo método dos mínimos quadrados ordinários (MQO, linha azul) e abordagens Bayesianas com diferentes quantidades de iterações (linha vermelha) para a estimativa da altura de fustes em Machadinho D'Oeste, Rondônia. Margem de confiança a 95% de probabilidade em azul, gerada para o MQO.



Fonte: os autores.

## Discussão

Estabeleceram-se cinco relações funcionais baseadas no modelo de Stoffels e Soest (1953) para a estimativa da altura de fustes em uma área de domínio amazônico no município de Machadinho D'Oeste, Rondônia. A consistência biológica das equações foi especialmente evidenciada pelo parâmetro angular positivo, indicando que fustes mais grossos estão associados a maiores medidas hipsométricas.

A tendência de aumento da dispersão das margens de confiança do modelo ajustado por MQO em fustes de maior diâmetro pode ser, em parte, justificada pela variabilidade e/ou reduzida quantidade de indivíduos amostrados nessa faixa de tamanho (DAP  $\geq 50$  cm). Contudo, o ecossistema natural inventariado no bioma Amazônia possui ampla diversidade genética e biométrica, com fustes de diferentes idades (inequianéis), o que provavelmente influenciou as eventuais dispersões na estimativa hipsométrica (Campos; Leite, 2017; Lafetá *et al.*, 2021). Portanto, o desempenho preditivo das equações foi considerado satisfatório.

A abordagem Bayesiana demonstrou potencial de uso para a parametrização do modelo hipsométrico de Stoffels e Soest (1953) aplicado à vegetação lenhosa, podendo ser recomendada particularmente diante violações de premissas da estatística paramétrica (Gujarati; Porter, 2011). Dentre as quantidades de iterações avaliadas para essa abordagem, a menor quantidade estudada (500 iterações) resultou em estimativas hipsométricas um pouco mais precisas (Tabela 1). Todavia, é importante considerar que a escolha do número de iterações deve equilibrar a precisão das estimativas com a eficiência computacional.

## Conclusão

A abordagem Bayesiana é uma metodologia promissora para a parametrização do modelo hipsométrico de Stoffels e Soest (1953) aplicado à vegetação lenhosa de ecossistemas naturais em Machadinho D'Oeste, Rondônia.

## Referências

- ARAÚJO JÚNIOR, C. A.; SOARES, C. P. B.; LEITE, H. G. Curvas de índices de local em povoamentos de eucalipto obtidas por regressão quantílica. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 51, n. 6, p. 720-727, 2016.
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal**: perguntas e respostas. 5. ed. Viçosa: UFV. 2017. 636p.
- CLIMATE-DATA.ORG. Clima: São João Evangelista. Disponível em: <<https://en.climate-data.org/south-america/brazil/rondonia/machadinho-d-oeste-42780/>>. Acesso em: 01 ago. 2024.
- GUJARATI, D.N.; PORTER, D.C. **Econometria básica**. 5. Ed. Porto Alegre -RS: AMGH Editora Ltda., 2011. 924p.
- LAFETÁ, B. O.; CARVALHO, F. A. N.; ASSUNÇÃO, S. D.; SANTOS, M. A.; PERPÉTUO, I. A.; PIMENTA, I. A.; PENIDO, T. M. A.; VIEIRA, D. S. Crown quality and hipsometric relationships for Rubiaceae family in water springs of Atlantic forest fragment. **Brazilian Journal of Animal and Environmental Research**, v. 4, n. 1, p. 402-410, 2021.
- LINDLEY, D. V.; SMITH, A. F. M. Bayes estimates for the linear model. **Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology**, v. 34, n. 1, p. 1-18, 1972.
- R CORE TEAM. **R**: A language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing. 2024.

SALLES, T. T.; NOGUEIRA, D. A.; BEIJO, L. A.; SILVA, L. F. Bayesian approach and extreme value theory in economic analysis of forestry projects. **Forest Policy and Economics**, v. 105, p. 64-71, 2019.

SERVIÇO FLORESTAL BRASILEIRO - SFB. Sistema nacional de informações florestais. Disponível em: <<https://snif.florestal.gov.br/pt-br/inventario-florestal-nacional-ifn>>. Acesso em 1 ago. 2024.

SOARES, C. P. B., PAULA NETO, F., SOUZA, A. L. **Dendrometria e Inventário Florestal**. 1. ed. Viçosa: Ed. UFV, 2006. 276p.

### Agradecimentos

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG) pelo apoio logístico e estrutural para a realização do presente projeto.

Ao Serviço Florestal Brasileiro pela disponibilização gratuita dos dados do Inventário Florestal Nacional.