

COMPARAÇÃO DE CÁLCULOS ANALÍTICOS COM ELEMENTOS FINITOS DE VIGAS COMPOSTAS

Benedito Rabelo de Moura Junior¹, Denis da Silva Ponzó², Júlio César Moraes³, Leandro Aparecido dos Santos⁴, Vagner Luiz Silva Santos⁵, Carlos Sergio Pivetta⁶

CETEC - Centro de Tecnologia e Ciência de São José dos Campos/Engenharia da Computação, Avenida Barão do Rio Branco, 882, CEP 12242-800 São José dos Campos - São Paulo – Brasil

¹moura.benedito@yahoo.com.br

²denis_ponzo@etep.edu.br

³juliocezarfm@ig.com.br

⁴leandrobiela@yahoo.com.br

⁵vaguinho.com@uol.com.br

⁶carlos.pivetta@etep.edu.br

Resumo- O dimensionamento e a verificação de segurança nas estruturas de vigas de concreto armado podem ser feitos utilizando diversos métodos e cálculos matemáticos baseados nas propriedades de resistência, nos arranjos estruturais e rigidez dos materiais. Neste trabalho foram utilizados o método dos elementos finitos e o método do fator transformação e comparadas com as tensões normais obtidas na viga de concreto com barras de aço e sem barras de aço. Pôde-se verificar que os valores obtidos para o uso dos dois métodos têm variações muito pequenas entre si e são aceitáveis no caso de dimensionamentos na engenharia mecânica ou civil.

Palavras-chave: Vigas de Concreto Armado; Método dos Elementos Finitos; Método do Fator de Transformação.

Área do Conhecimento: Mecânica; Civil.

Introdução

Os cálculos de dimensionamento de vigas de concreto armado podem ser feitos utilizando vários métodos tais como ensaios, analíticos e computacionais.

Geralmente, todas as vigas carregadas tendem a suportar aos esforços de tração e compressão. Entretanto, as vigas de concreto são sensíveis, e por isso, estão sujeitas à fratura quando submetidas à tensão e, portanto não são adequadas para resistir a um momento de flexão (GERE, 2003).

Para que uma estrutura de concreto armado responda adequadamente às solicitações impostas, a transferência de forças entre o concreto e o reforço deve ser eficiente (MACGREGOR, 1997).

Com o objetivo de solucionar determinadas deficiências, os engenheiros colocam barras de aço para reforço no interior da viga de concreto, no local em que o material está submetido à tensão. Para melhores resultados, as barras são colocadas a uma distância maior possível do eixo neutro da viga, de modo que o momento de inércia obtido seja maior e resista mais aos esforços solicitantes. Por outro lado, é preciso cobrir as barras com concreto, para protegê-las contra corrosão ou perda de resistência em caso de

incêndio de acordo com a norma NBR 15200 - "Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio" (ABNT, 2004).

Com base nas considerações citadas, as tensões normais na viga de concreto foram calculadas matematicamente por meio do método do fator de transformação e feita uma análise utilizando-se o *software Autodesk Inventor*. Foram avaliadas e comparadas as condições da viga considerando-a com e sem barras de aço em seu interior.

Metodologia

Um estudo preliminar foi realizado para definir qual o procedimento analítico a ser usado na comparação com os resultados da modelagem em um programa computacional "*Autodesk Inventor*" para análise de elementos finitos.

Os cálculos e as análises foram feitos considerando uma viga de concreto e uma viga de material composto (concreto armado). As dimensões nominais das vigas utilizadas dadas em milímetros são de 304,8 x 457,2 x 1000 (12" X 18" X 1 m) e o momento de flexão aplicado é de 60 Kip.pés. A Figura 1 ilustra um esboço da viga.

As tensões normais em cada material foram calculadas considerando uma viga de concreto puro e uma viga de material composto. As

armações utilizadas na viga composta foram dois reforços de aço de diâmetro de 25,4 mm (1”) cada, com comprimento de 1 metro.

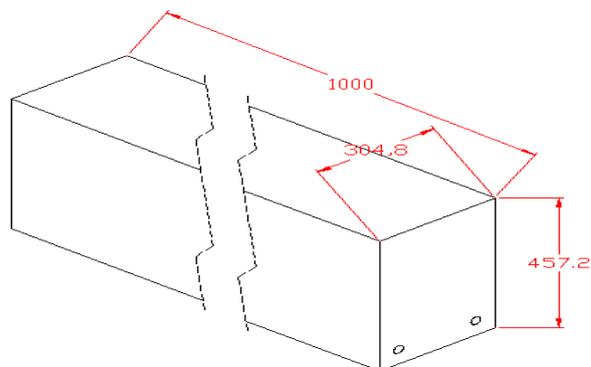


Figura 1 – Esboço da viga

Para calcular as tensões e obter dados confiáveis, avaliar os resultados obtidos e validar os cálculos foram utilizados o método tradicional de fator de transformação (Lei de Hooke) e a comparação feita com o modelo computacional de elementos finitos.

Foi utilizado o método que consiste numa aplicação de momento fletor na viga composta, em que a área total permanecerá plana após a flexão, e, portanto as deformações normais variarão linearmente de zero no eixo neutro ao máximo no material mais afastado desse eixo.

Resultados

O cálculo analítico de viga composta foi feito. Não foram realizados ensaios físicos para este trabalho e com o objetivo de evitar a utilização de parâmetros específicos fornecidos por fabricantes, os quais poderiam ter variações entre si, o valor do módulo de elasticidade do aço foi considerado $E_{aço} = 210 \text{ GPa}$, conforme citado na seção 8.3.5 da norma NBR 6118 (ABNT, 2003).

Conforme a tabela de propriedades dos materiais, o módulo de elasticidade do concreto é $E_{concreto} = 30 \text{ GPa}$ (BEER, JOHNSTON JR., DEWOLF, 2006).

A seção transformada correspondente a uma barra equivalente feita inteiramente de um material homogêneo pode ser determinada. Sabendo-se que o parâmetro “n” é a relação entre os módulos de elasticidade do aço e o modulo de elasticidade do concreto, a área equivalente da viga composta é determinada pela Equação 1:

$$A' = n \cdot A_{aço} \tag{1}$$

Se os dois materiais têm o mesmo módulo de elasticidade ($E_1=E_2=E$), então ambas as equações se reduzem à fórmula de flexão para uma viga de um material (BUFFONI, 2007).

Uma vez que a viga foi transformada o material composto é considerado homogêneo, a distribuição de tensão normal sobre a seção transversal transformada será linear. Como conseqüência, o eixo neutro e o momento de inércia da área transformada podem ser determinados e a fórmula da flexão aplicada de maneira usual, para a determinação da viga em cada ponto da viga modificada. Sabendo-se disso, a tensão encontrada na seção transformada pode ser determinada (HIBBELER, 2004).

Aplicando-se a Equação 1 para determinar a área equivalente do concreto obtém-se:

$$A' = \frac{210}{30} (1,571) = 10,997 \text{ pol}^2$$

O centróide deve se localizar no eixo neutro. A Figura 2 ilustra a nova altura da seção transformada para o concreto, determinada pelo uso da área equivalente obtida pela Equação 1. Ao proceder da forma citada, o resultado da

tensão equivalente será $\sum \bar{y} = 0$, ao se usar a regra das paralelas.

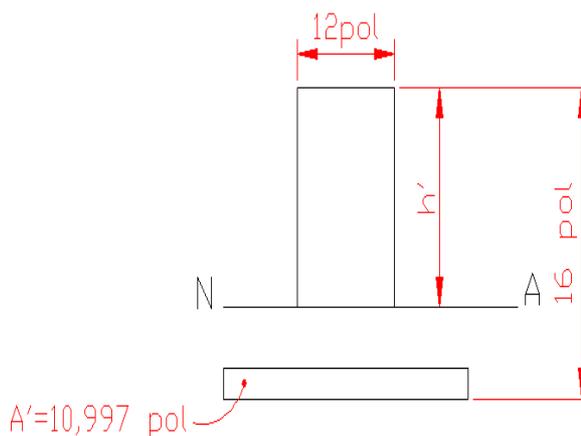


Figura 2 – Altura para o material transformado

A Equação 2 pode ser usada para balanceamento da distancia equivalente.

$$bh' \left(\frac{h'}{2} \right) - A' (\bar{y} - h') = 0 \tag{2}$$

Aplicando-se a Equação 2 podemos determinar que as raízes da mesma são $h' = 4,58$ e $h'' = -6,41$

Utilizando a raiz positiva, pode-se obter o momento de inércia "I" equivalente para a nova altura da linha neutra por meio da Equação 3.

$$I = \frac{1}{12} (b)(h')^3 + b(h')\left(\frac{h'}{2}\right)^2 + A'(\bar{y} - h')^2 \quad (3)$$

Resolvendo a equação temos que, o valor do momento de inércia obtido será $I = 1818,87 \text{ pol}^4$.

A Tensão Normal é determinada aplicando-se a fórmula da flexão à seção transformada. Desta forma tem-se a tensão normal máxima no concreto é obtida pela Equação 4.

$$\sigma_c'_{\max} = \frac{Mbh'}{I} \quad (4)$$

Ao aplicar a Equação tem-se a tensão normal máxima que será de $\sigma_c'_{\max} = 1,81 \text{ ksi} = 12,47 \text{ MPa}$.

A tensão normal que deve resistir a tira de "concreto" que substitui o aço é obtida pela Equação 5.

$$\sigma_c' = \frac{M(b)(\bar{y} - h')}{I} \quad (5)$$

Pela relação apresenta temos que a tensão normal do "concreto" corresponde a $\sigma_c' = 4,52 \text{ ksi} = 31,16 \text{ MPa}$.

A tensão normal em cada barra de reforço é obtida utilizando-se a Equação 6.

$$\sigma_{aço} = n\sigma_c' \quad (6)$$

Solucionando a equação temos que a tensão em cada barra corresponde a $\sigma_{aço} = 31,64 \text{ ksi} = 218,15 \text{ MPa}$.

O cálculo analítico de viga de concreto para se obter o valor do momento de inércia e tensão máxima na viga são utilizadas as Equações 7 e 8.

$$\bar{I}_x = \frac{1}{12} bh^3 \quad (7)$$

$$\sigma_{c,\max} = \frac{M\bar{y}}{I_x} \quad (8)$$

Ao resolver as duas equações obtêm que a tensão máxima no concreto é de $\sigma_{c,\max} = 1,11 \text{ ksi} = 7,66 \text{ MPa}$.

Os resultados da análise por meios computacionais usando-se o método dos elementos finitos foram obtidos em condições pré-estabelecidas e são introduzidas no software Autodesk Inventor. Estas condições são apresentadas na Tabela 1.

Os valores definidos na Tabela 1 são os ajustes para apresentadas as dimensões da malha utilizada na viga composta para análise das tensões normais:

Tabela 1 – Dimensões da malha utilizada na viga composta

| Settings | |
|--|--------|
| Avg. Element Size (fraction of model diameter) | 0.05 |
| Min. Element Size (fraction of avg. size) | 0.2 |
| Grading Factor | 1.5 |
| Max. Turn Angle | 60 deg |
| Create Curved Mesh Elements | Yes |
| Ignore Small Geometry | No |

A Figura 3 ilustra as condições de carregamento do momento aplicado na viga de concreto armado.

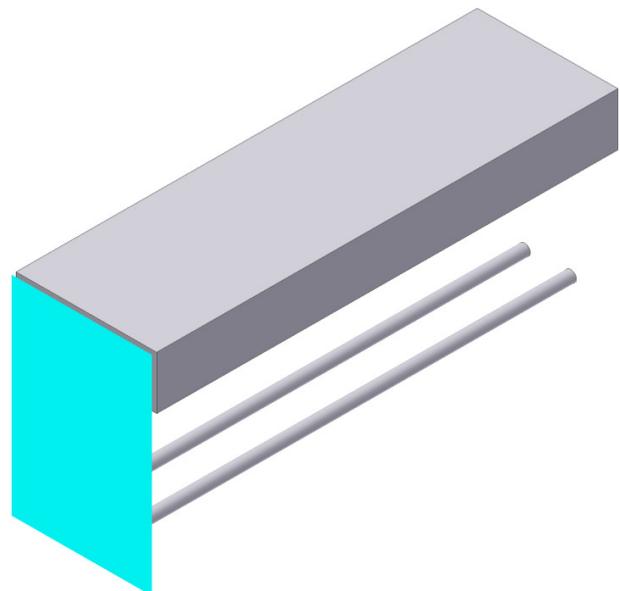


Figura 3 – Condições de carregamento

A Figura 4 ilustra a condição de fixação da viga de concreto armado.

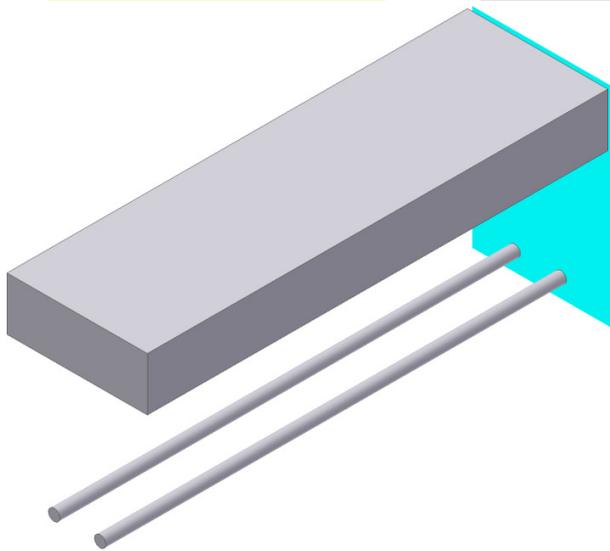


Figura 4 – Condição de fixação

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos ao se utilizar o método dos elementos finitos.

Tabela 2 – Resultados das tensões normais por elementos finitos

| Material | σ Normal |
|----------|-----------------|
| Concreto | 12.5 Mpa |
| Aço | 218 Mpa |

A Figura 5 apresenta graficamente as tensões normais no concreto e no aço.

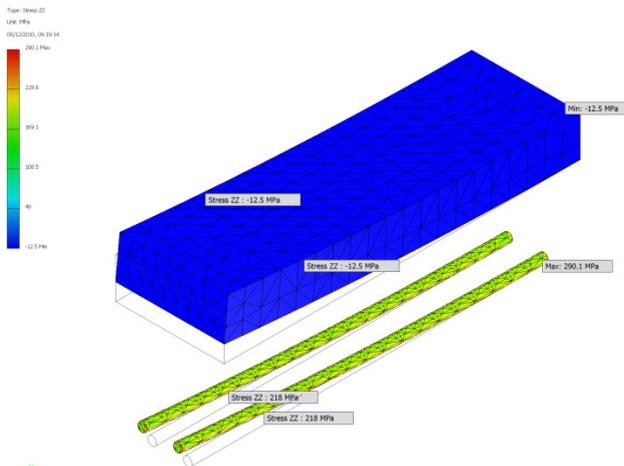


Figura 5 – Tensões normais normal no concreto

A Figura 6 apresenta a tensão normal nas barras de reforço (aço).

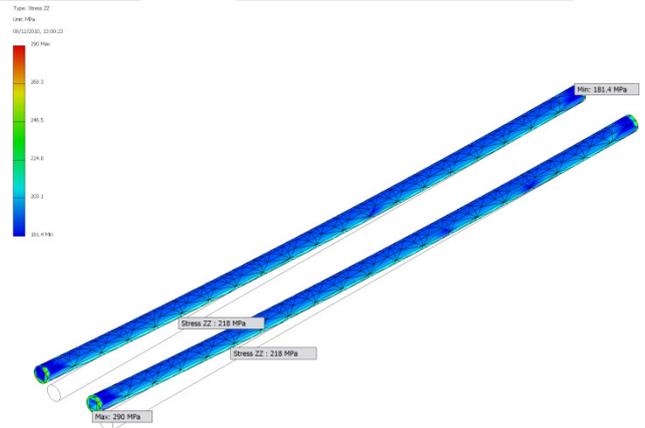


Figura 6 – Tensão normal nas barras de reforço

A Figura 7 apresenta a tensão normal principal.

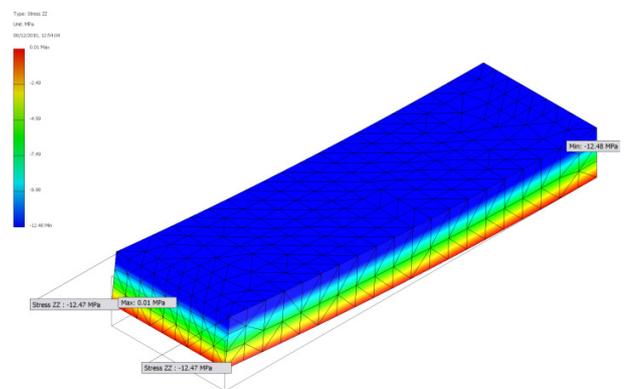


Figura 7 – Tensão normal principal

Os resultados da análise realizada para a viga de concreto por meio de elementos finitos são apresentados nas seguintes condições.

A Tabela 3 apresenta a malha utilizada na viga de concreto para análise da tensão normal.

Tabela 3 – Dimensões da malha utilizada na viga de concreto

| Settings | |
|--|--------|
| Avg. Element Size (fraction of model diameter) | 0.05 |
| Min. Element Size (fraction of avg. size) | 0.2 |
| Grading Factor | 1.5 |
| Max. Turn Angle | 60 deg |
| Create Curved Mesh Elements | Yes |
| Ignore Small Geometry | No |

A Figura 8 apresenta as condições de carregamento do momento aplicado na viga de

concreto:

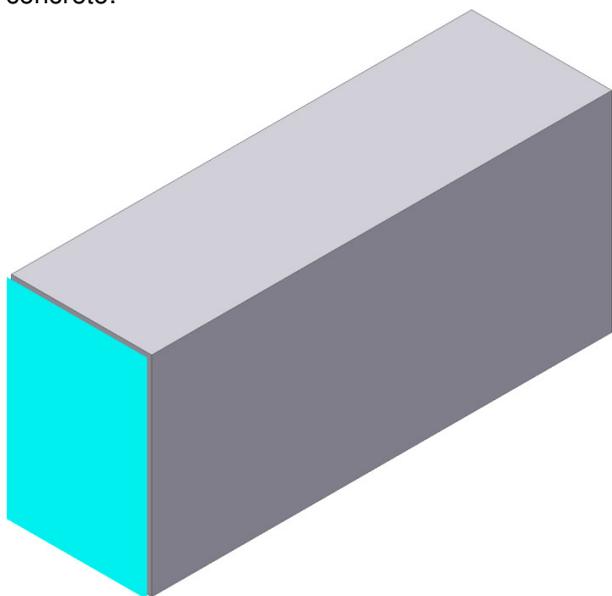


Figura 8 - Condições de carregamento

A Figura 9 apresenta a condição de fixação na viga de concreto.

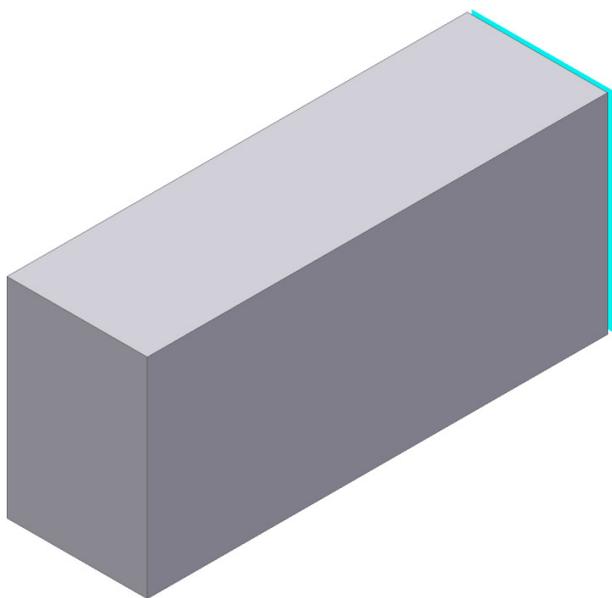


Figura 9 - Condição de Fixação da viga de concreto

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos através de métodos de elementos finitos:

Tabela 4 – Resultados das tensões normais através de elementos finitos

| Material | σ Normal |
|----------|-----------------|
| Concreto | 7.675 Mpa |

A Figura 10 apresenta a tensão normal principal na viga de concreto.

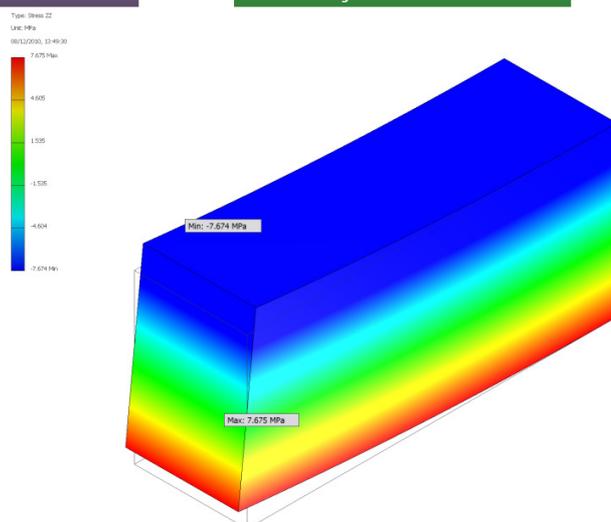


Figura 10 – Tensão normal principal na viga de concreto

Discussão

Percebe-se que tanto o aço como o concreto, tem comportamento de acordo com a lei de Hooke e que as duas partes foram devidamente unidas de modo, que agem como um único corpo.

Dessa forma, o cálculo de método fator de transformação e o método dos elementos finitos são altamente idealizados e representam apenas um primeiro passo para se entender o comportamento de vigas compostas e de materiais compósitos.

Vigas de concreto reforçado são um dos tipos mais complexos de construção que usam materiais compostos. O concreto é resistente em compressão, mas extremamente frágil em tração, desta forma, a sua resistência a tração é usualmente desprezada.

Com as considerações feitas sobre os valores apresentados por meio de análise de elementos finitos podem-se observar fatores relevantes que influenciam em seus nos resultados obtidos, tais como, as dimensões e o refinamento de malha, os contatos de fixação de corpos, as distancias entre corpos, e os tipos dos mesmos.

As propriedades mecânicas dos materiais, no caso de materiais compostos, são aproximadas e devem ser consideradas por se tratarem de materiais que não tem comportamentos são lineares.

Este fato é observado no caso do concreto e de materiais compósitos, os quais foram utilizados para o estudo, carregamentos de cargas e esforços no modelo matemático.

Outro fator importante é referente à geometria utilizada, que muitas vezes são simplificadas e desenhadas a fim de representar de uma melhor forma o problema a ser solucionado.

A resolução do problema de análise por meio do método de fator de transformação apresentou-se recomendável para efeito de comparação com o modelo matemático computacional de elementos finitos, permitindo validar o modelo e sua análise em questão, sendo aceitável como solução para o problema.

Conclusão

Os métodos utilizados para resolução apresentaram-se satisfatórios em relação aos valores apresentados por meio dos métodos de fator de transformação e pela análise de elementos finitos, pois os resultados obtidos representam uma diferença menor que 1%. Nas análises são usualmente aceitáveis diferenças de até 10%.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 15200: Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio, 2004. 25 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto. Procedimento, 2003. 26 p.

BEER, F. P.; JOHNSTON JR., E. R.; DEWOLF, J. T., Resistência dos Materiais. 4 ed. São Paulo: Editora Mc Graw Hill, 2006.

BUFFONI, S. S. O., Tensões em Vigas – Tópicos Avançados: vigas compostas. Rio de Janeiro: Universidade Federal Fluminense, 2007. Disponível em http://www.professores.uff.br/salete/res1/aula_12.Pdf. Acesso em 27/11/2010.

CEB. CEB-FIP Model Code 1990, Lausanne, 1993.

GERE, J. M., Mecânica dos Materiais. São Paulo: Editora Pioneira Thomson Learning, 2003.

HIBBLER, R. C., Resistência dos Materiais. 5 ed. Editora Prentice Hall, 2004. 253 p.

MACGREGOR, J. G., Reinforced concrete, mechanics and design. New Jersey: Prentice Hall, 1997, 939 p.

MAPDATA. Apostila Módulo FEA, Autodesk Inventor 11, 2006, 1 p.

PARK, R.; PAULAY, T., Reinforced concrete structures. New York: John Wiley & Sons, 1975, 769 p.