





# MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO CONTROLE PROPORCIONAL DA TEMPERATURA DO PROCESSO CONTÍNUO DE NITRAÇÃO DA CELULOSE

# Aline Cardoso Anastácio<sup>1</sup>, Luiz Carlos de Queiroz<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Escola de Engenharia de Lorena-Universidade de São Paulo/Departamento de Engenharia Química, Estrada Municipal do Campinho, s/nº, C. Postal 116-CEP:12.602-810-Lorena-SP, <sup>1</sup>alineanastacio@gmail.com, <sup>2</sup>queiroz@dequi.eel.usp.br

**Resumo-** Este trabalho tem por finalidade modelar e simular o controle da temperatura do processo contínuo de nitração da celulose. Para a modelagem foram adotadas a cinética química proposta por Barbosa et al. (2005) e as condições de processo apresentadas por Pollozec et al. (1980). Foram feitas considerações de modelagem matemática, adaptando-se um estudo apresentado por Walas (1991). Nas simulações foi utilizado o programa computacional MATLAB & Simulink Release 2009b. Foi obtido da modelagem um sistema de equações diferenciais não-linear, que foi então linearizado. A partir deste geraram-se gráficos de respostas para alguns valores da constante de proporcionalidade do controle proporcional (K<sub>p</sub>). Concluiu-se que o controle da temperatura do processo por meio da ação proporcional para o sistema linearizado é satisfatório, e que a concentração molar dos pontos não-nitrados não sofre influência da escolha de K<sub>p</sub>.

**Palavras-chave:** Controle proporcional, nitrocelulose, modelagem matemática **Área do Conhecimento:** Engenharias

## Introdução

A nitrocelulose foi primeiramente obtida em 1833 a partir de algodão e ácido nítrico e tornouse a matéria prima principal na fabricação das chamadas pólvoras sem fumaça, que substituíram a pólvora negra em grande parte das suas aplicações (WORDEN, 1911). Também é utilizada nas indústrias de tintas, vernizes e medicamentos.

No processo de fabricação industrial da nitrocelulose existem vários parâmetros de qualidade como teor de nitrogênio, estabilidade e viscosidade, cujos valores variam conforme a aplicação. Especificamente na etapa de nitração da celulose, a temperatura da reação química exerce uma influência considerável na viscosidade e na segurança de operação, e o controle dos pontos não-nitrados fornece uma medida do rendimento da reação, que está intimamente relacionado ao teor de nitrogênio (URBANSKI, 1965).

Este trabalho visa modelar e simular o controle proporcional da temperatura do processo contínuo de nitração da celulose.

# Metodologia

A nitrocelulose é obtida pela reação química do ácido nítrico com a celulose conforme é representado a seguir.  $[C_6H_{10}O_5]_n + xHNO_3 \rightarrow$ 

 $\rightarrow [C_6H_{10-x}O_{5-x}(ONO_2)]_n + xH_2O$ Figura 1- Reação de nitração da celulose (URBANSKI, 1965).

A celulose é um polímero que possui três grupos hidroxila por monômero. As hidroxilas serão chamadas daqui por diante de pontos nãonitrados. Na reação acima "n" indica a quantidade de monômeros e "x" indica a quantidade de grupos NO<sub>2</sub> adicionados a cada monômero da celulose, nas posições das hidroxilas.

O mecanismo para a reação da celulose com o ácido nítrico envolve a formação do íon nitrônio  $(NO_2^+)$ , que ataca as hidroxilas da celulose, adicionando  $NO_2$  aos monômeros, conforme figura a seguir:



Figura 2- Reação de nitração da celulose (BARBOSA et al., 2005).

Barbosa et al. (2005) propuseram uma equação para a taxa de reação de nitração da celulose como sendo:

 $r(x, z, t) = 3Kz(1-x)f(x, z, t)[c(t)]^{\alpha} dxdz$ Onde r(x, z, t) indica a taxa de reação, "K" e " $\alpha$ "





são parâmetros cinéticos, "z" é o número de monômeros da molécula de celulose, c(t) é a concentração do íon NO<sub>2</sub><sup>+</sup>, "x" é a fração de posições nitradas da molécula de celulose, f(x, z, t) representa uma molécula de nitrocelulose com "z" monômeros e "x" posições nitradas e "t" é o instante de tempo.

De acordo com o desenvolvimento realizado Barbosa et al. (2005),0 termo por 3z(1-x)f(x,z,t)dxdzcorresponde à concentração molar de pontos não-nitrados numa molécula de celulose ou de nitrocelulose com o passar do tempo. De forma que a proposta dos autores para a equação de velocidade da reação reescrita pode ser da forma  $r(x, z, t) = K[c(t)]^{\alpha} J(t),$ 

onde J(t) é a concentração molar de pontos nãonitrados num determinado instante t.

Industrialmente a nitrocelulose é fabricada principalmente a partir de uma mistura de ácido sulfúrico, ácido nítrico e água, chamada mistura sulfonítrica, e celulose. Acredita-se que a principal função do ácido sulfúrico no processo reativo está no favorecimento da criação do íon nitrônio (URBANSKI, 1965).

Em operações industriais a proporção mássica entre a celulose e a mistura sulfonítrica gira em torno de 1:45 (URBANSKI, 1965) de maneira que pode-se considerar que a concentração do íon nitrônio varia pouco ao longo do tempo, e então a equação adaptada para a velocidade de reação torna-se:

 $r(x, z, t) = Kc^{\alpha} J(t) ,$ 

onde "c" é a concentração molar do íon nitrônio, considerada constante.

Neste trabalho foram utilizados os dados de uma mistura sulfonítrica com os teores de 63,5%de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, 22% de HNO<sub>3</sub> e 14,5% de H<sub>2</sub>O, em massa, como utilizado por Barbosa et al. (2005) em seus experimentos, com concentração molar inicial do íon nitrônio de aproximadamente 5398,95 mol/m<sup>3</sup>, K igual a

8,2x10<sup>-17</sup> 
$$\frac{molP(x,z)/m^3s}{(molNO_2^+/m^3)^{\alpha}mol_{pontospittados}/m^3}$$
,  $\alpha$  igual a

1,9, e a massa molar da celulose de 542,4 $\pm$ 23,2 kg/mol.

De acordo com Pollozec et al. (1980) a nitração contínua da celulose pela mistura sulfonítrica pode se dar em um ou mais reatores agitados, onde são alimentados a celulose e a mistura sulfonítrica simultaneamente conforme diagrama:





Figura 3- Esquema de reação de nitração da celulose segundo a patente de Pollozec et al., (1980).

Na figura 3 é mostrado que a alimentação dos reagentes se dá no vaso superior, indicado por "1", e que a mistura reativa circula por tubulações em ciclo por meio de bombas, a fim de obter uma boa misturação. Essa mistura reacional, após passar por estas tubulações, é retirada do sistema na mesma vazão com que entrou no vaso superior, e é levada para a próxima etapa do processo de fabricação.

Para fins de simplificação e definição de variáveis, o esquema da figura 3 foi simplificado a fim de levar em conta apenas a entrada e a saída dos fluidos reativos, o que está representado na figura a seguir:



Figura 4- Esquema simplificado de reação de nitração da celulose.

As variáveis indicadas na figura 4 bem como os valores de processo recomendados por Pollozec et al. (1980) são listados e definidos na tabela a seguir:



Encontro Latino Americano de Pós Graduação



| Tabela<br>corresp | 1- Lista de<br>ondentes                                       | variáveis           | e valores |
|-------------------|---|---------------------|-----------|
| Item              | Nome  | Unidade             | Valor     |
| F                 | Vazão de<br>entrada e saída<br>de mistura<br>reacional        | m³/s                | 0,005*    |
| $J_0$             | Concentração<br>molar de pontos<br>não-nitrados de<br>entrada | mol/ m <sup>3</sup> | 4,629*    |
| J                 | Concentração<br>molar de pontos<br>não-nitrados de<br>saída   | mol/m <sup>3</sup>  | 2,595*    |
| Т                 | Temperatura de<br>entrada                                     | °C                  | 43        |
| T <sub>0</sub>    | Temperatura de<br>saída                                       | °C                  | 43        |
| V                 | Volume do<br>tanque   | m³                  | 0,15      |
| m                 | Massa contida<br>no reator                                    | kg                  | 247*      |
| d                 | Densidade da<br>mistura<br>reacional                          | kg/ m <sup>3</sup>  | 1647*     |

\*Valores calculados a partir dos dados obtidos das referências.

Fazendo um balanço molar e de energia temos as seguintes expressões, respectivamente,

$$FJ_{0} - FJ - Kc^{\alpha}JV = V\frac{dJ}{dt}$$
$$FdC_{P}(T_{0} - T) + Kc^{\alpha}J(\Delta H)V - Q = mC_{P}\frac{dT}{dt}$$

Onde  $\Delta H$  é a entalpia de reação,  $C_P$  é o calor específico mássico do fluido, e "t" é o tempo em segundos.

De acordo com Urbanski (1964) a entalpia de reação de nitração da nitrocelulose é 7,08 kJ/mol de hidroxila nitrada.

Seja a tubulação, descrita na figura 4, encamisada de forma que circule água de refrigeração por fora da mesma, de modo a controlar a temperatura de reação em 43 °C, conforme dados da tabela a seguir. Tabela 2- Dados do trocador de calor

| Item           | Nome  | Unidade | Valor                         |
|----------------|---|---------|-------------------------------|
| Q              | Taxa de<br>perda de<br>calor                      | J/s     | 2,04.10 <sup>5</sup> (Tc-T)** |
| T <sub>C</sub> | Temperatu<br>ra da água<br>de<br>refrigeraçã<br>o | °C      | 43                            |

\*\*Calculado de acordo com a troca de calor em geometrias tubulares, utilizando-se o comprimento de 30m de tubo de aço, e 4mm de espessura, e 80mm de diâmetro interno.

Supondo também que o controle da temperatura de reação seja realizado por meio de um controlador automático proporcional, com constante de proporcionalidade K<sub>p</sub> (ganho proporcional).

De acordo com a teoria do controle proporcional, a correção implementada é proporcional à diferença entre a temperatura T da mistura reacional e o seu valor no estado estacionário  $(T_s)$  (COUGHANOWER-KOPPEL, 1978). Isto significa que a equação do balanço de energia levando em conta a correção fica:

$$FC_{P}(T_{0}-T) + Kc^{\alpha}J(\Delta H)V - 2,04.10^{5}(T-T_{c})[1+$$

$$+Kp(T-Ts)] = mC_p \frac{dT}{dt}$$

Reescrevendo o balanço molar e de energia substituindo os valores de processo calculados segundo Pollozec et al. (1980), e os valores das propriedades dos reagentes, tem-se o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$3,33.10^{-4} J_0 - 3,33.10^{-4} J - 1,01.10^{-9} J = \frac{dJ}{dt}$$
  
$$3,33.10^{-4} (T_0 - T) + 2,56.10^{-12} J - 0,442 (T - T_c)[1 + Kp (T - T_s)] = \frac{dT}{dt}$$

Pode-se verificar que a equação diferencial referente ao balanço de energia não é linear, e a fim de obter a solução do sistema, esta será linearizada segundo a série de Taylor truncada, em torno dos valores de J e T no estado estacionário.

Representando as variáveis no estado estacionário pelo subscrito "s", tem-se o seguinte sistema linearizado:

$$3,33.10^{-4} (J_0 - J_{0S}) - (3,33.10^{-4} + 1,01.10^{-9})(J - J_S) =$$
$$= \frac{d(J - J_S)}{dt}$$







 $3,33.10^{-4} (T_0 - T_{0s}) + (-3.33.10^{-4} - 0,442 - 0,442.2.K_p Tequação característica podem ser calculadas pela fórmula de Báskara:$ 

$$(T - T_s) + 2,56.10^{-12} (J - J_s) = \frac{d(T - T_s)}{dt}$$

Sejam as variáveis-desvio, representadas pelo subscrito "D", a diferença entre a variável e o seu valor no estado estacionário. As equações do balanço molar e de energia podem ser reescritas da seguinte forma:

$$3,33.10^{-4} J_{0D} - (3,33.10^{-4} + 1,01.10^{-9}) J_D = \frac{dJ_D}{dt}$$

$$3,33.10^{-4} T_{0D} + (-3.33.10^{-4} - 0,442 - -0,442 - 0,44$$

Definindo o estado estacionário como sendo aquele em que todas as variáveis-desvio possuem valores iguais a zero, pode-se deduzir a partir da equação de balanço de energia, que o valor de  $T_{cs}$  é muito próximo de  $T_s$ , podendo ser considerado igual para fins de simulação.

Considerando as condições de estado estacionário  $T_{cs}$ =43 °C

$$3,33.10^{-4} J_{0D} - (3,33.10^{-4} + 1,01.10^{-9}) J_D = \frac{dJ_D}{dt}$$

$$3,33.10^{-4} T_{0D} + (-3.33.10^{-4} - 0,442 - 0,442.2.K_{P}T_{S})T_{D} + 2,56.10^{-12} J_{D} = \frac{dT_{D}}{dt}$$

Estabelecendo as condições iniciais de  $T_{0D}$  =3 °C

e  $J_{0D} = 0.5 \text{ mol/m}^3$ . Têm-se as equações:

$$1,665.10^{-4} - 3,33.10^{-4} J_D = \frac{dJ_D}{dt}$$

9,99.10<sup>-4</sup> + (-0,44233 - 38,01 K<sub>p</sub>)T<sub>D</sub> + 2,56.10<sup>-12</sup> J<sub>D</sub> = =  $\frac{dT_D}{dt}$ 

A partir desse sistema de equações lineares pode-se avaliar como se comportam as respostas conforme o valor escolhido para K<sub>p</sub>.

Tomando a equação característica do sistema, tem-se a seguinte expressão, onde  $\lambda \neq o$  autovalor do sistema.

$$\lambda^2 - (-0,44233 - 38,01K_P + 3,33.10^{-4})\lambda +$$

 $+(-0,44233-38,01K_{P})(3,33.10^{-4})=0$ 

No geral, as raízes da equação característica podem ser reais distintas, reais iguais ou complexas conjugadas, conforme o valor de  $K_p$ . A fim de que a solução do sistema seja estável, é necesssário que as raízes sejam reais distintas e negativas, ou complexas conjugadas com a parte real negativa, a fim de que a resposta do sistema seja amortecida. Tem-se então que as raízes da  $\lambda = \frac{(-0,44233 - 38,01 K_p + 3,33.10^{-4}) \pm \sqrt{\Delta}}{\sqrt{\Delta}}$ 

Onde.

|   | ,             |  |
|---|---------------|--|
| Δ | = (-0,44233   | $-38$ ,01 K $_{P}$ + 3,33 .10 $^{-4}$ ) $^{2}$ - |
| _ | 4.1.(-0,44233 | $-38$ , 01 K $_{P}$ )(3, 33.10 $^{-4}$ )         |

2.1

Para que a condição de raízes complexas seja verificada é necessário que o valor de  $\Delta$  seja negativo. Porém resolvendo a equação  $\Delta=0\,\text{para}\ \text{K}_{\text{p}}$  verifica-se que  $\Delta>0\,\text{para}\ \text{todo}$  valor de  $\text{K}_{\text{p}}$ . Isto significa que as raízes da equação característica são reais distintas.

Fazendo então um estudo do comportamento de  $\lambda$  conforme varia  $K_p$  foi obtido o seguinte gráfico, onde "autovalor 1" indica o sinal de soma antes da raiz na fórmula de Báskara e "autovalor 2", o de subtração.



Figura 5- Comportamento dos autovalores do sistema linearizado com a variação de  $K_{p}$ .

O gráfico foi traçado para o intervalo de  $K_p$  de 0 a 10, e neste intervalo os autovalores do sistema apresentaram valores ou muito próximos de zero ou negativos. Isto significa na pratica que o sistema é estável, porém encontra-se numa condição limite de estabilidade, devido ao fato de o autovalor 1 não ser negativo, mas sim muito próximo de zero (oscilando em torno de 3,33. 10<sup>-4</sup>).

#### **Resultados**

Foram realizadas simulações do sistema no programa computacional MATLAB, para alguns valores de  $K_p$  e para as condições iniciais estabelecidas na seção anterior. Os resultados das simulações são apresentados nos gráficos a seguir.



Figura 6- Resposta do sistema linearizado.



Figura 7- Resposta do sistema linearizado-detalhe das respostas controladas.

# Discussão

Analisando os gráficos obtidos na simulação, percebe-se a invariabilidade da curva para  $J_D$  independente do Kp utilizado. Isso se deve ao fato de a equação do balanço molar não apresentar nenhum termo dependente de K<sub>p</sub> nem de T<sub>D</sub>, pois a própria equação de taxa de reação utilizada no trabalho e proposta por Barbosa et al. (2005) não é dependente da temperatura de reação. Tal comportamento é confirmado por Urbanski (1965), que afirma que no intervalo de 0 a 40 °C não há influência significativa da temperatura na taxa de reação.

Assim sendo, o controle de temperatura seria na prática útil apenas para assegurar que outros parâmetros de qualidade da nitrocelulose, como viscosidade, sejam alcançados, e também para prevenir que a nitrocelulose entre em decomposição, como ocorre em temperaturas elevadas e em presença de ácidos concentrados (URBANSKI, 1965), e possivelmente entre em combustão no interior do reator.

Ainda observando os gráficos, percebe-se que a resposta do sistema linearizado sob controle proporcional da temperatura  $(T_D)$  mostra-se bastante satisfatória, com um tempo de resposta menor que um segundo mesmo para valores de  $K_p$  baixos.



Apesar de não fornecer uma resposta oscilatória amortecida, que forneceria um comportamento de nó ou foco estável segundo a teoria de estabilidade de sistemas de equações diferenciais (KREYSZIG, 2005), o sistema linearizado mostrou-se estável para todos os valores de K<sub>p</sub> positivos.

Pode-se também observar nos gráficos que a resposta do sistema não controlado ( $K_p = 0$ ) tem um tempo de resposta cerca de 50 vezes maior que o do sistema controlado proposto, considerando-se apenas a curva para  $T_D$ , sendo então o controle proporcional eficiente no controle da temperatura em comparação com o sistema em malha aberta (sem controle).

## Conclusão

O modelo linearizado para o controle da temperatura do processo de nitração da celulose é um sistema estável para quaisquer valores de constante do controle proporcional ( $K_p$ ).

Conclui-se que para o controle da temperatura do processo de nitração contínua da celulose o modo de controle proporcional mostrou-se bastante satisfatório em comparação com o sistema em malha aberta.

## Referências

- BARBOSA, I. et al. Continuous modeling and kinetic parameter estimation for cellulose nitration. Chemical Engineering Science, 2005.

- COUGHANOWER, D.R., KOPPEL, L.B. **Análise e Controle de Processos**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978.

- KREYSZIG, E. **Advanced Engeneering Mathematics**, John Wiley &Sons Inc., 2005.

- PERRY, R. **Chemistry Handbook**. Rio de Janeiro:MCGrow Hill, 7º edição,1934.

- POLLOZEC, F. et al. Continuous process for the nitration of cellulose and apparatus therefor. Societe Nationole des Poudres et Explosifs (Paris, FR), 1980.

- URBANSKI, T. Chemistry and Technologynof **Explosives**. Oxford: Pergamon Press Ltd., 1965.

- WALAS, S. Modeling with Differential Equations in Chemical Engineering. Butterworth-Heinemann, 1991.

- WORDEN, E. **Nitrocellulose Industry**. London :Constable and company Ltd.,1911.