

Interação entre sistemas estelares e o Programa GADGET-2**Priscila Freitas-Lemes e Irapuan Rodrigues**UNIVAP /IPD – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento, Av. Shishima Hifumi, 2911 -
Urbanova - São José dos Campos - SP, priscila@univap.br e irapuan@univap.br

Resumo- Nas últimas décadas grande parte do conhecimento de mecânica celeste e dinâmica de sistemas estelares se deve ao avanço das simulações numéricas. As simulações numéricas de N-corpos tem como objetivo transcrever a física subjacente aos sistemas estelares, sejam eles galáxias, estrelas ou planetas. Esse processo de transcrição não é tarefa fácil. A construção de programas que nos ajudem a aplicar a física nesses sistemas se faz necessária. Um desses programas é o GADGET-2. Este é um programa de código aberto, disponível para Simulações Cosmológicas de N-Corpos/SPH, escrito por Volker Springel. Seu objetivo é computar forças gravitacionais, com um algoritmo hierárquico em árvore, e representar o gás por meio de partículas suavizadas, através da técnica SPH. Neste trabalho pretendo introduzir os princípios físicos que nos permitem simular a interação entre sistemas estelares e expor um a simulação da galáxia AM2322-821 usando o GADGET-2.

Palavras-chave: Simulação Numérica, Interação Estelar e GADGET-2.

Área do Conhecimento: CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA

1. Introdução

Grande parte do conhecimento adquirido no estudo de mecânica celeste e dinâmica estelar se deve às simulações numéricas. As simulações são utilizadas largamente para o estudo de diversos campos da astrofísica, tornando-se uma ferramenta indispensável para se compreender os efeitos que observamos.

No estudo da dinâmica estelar, a interação entre sistemas estelares vem sendo bastante estudado. A interação entre sistemas estelares, ao longo da evolução do Universo, tem modificado e remodelado substancialmente as estruturas cósmicas. Esses fenômenos são implacavelmente determinados pelo caráter puramente atrativo da força da gravidade, que por sua vez induz na interação dos grandes sistemas a força de maré e a fricção dinâmica. (Rodrigues, 1999).

A grande quantidade de parâmetros físicos envolvida, a quantidade de matéria e, algumas vezes, a projeção quanto à linha de visada, tornam muito difícil o estudo desses sistemas. A simulação numérica pode ajudar neste estudo, permitindo modelar um processo que dura centenas de milhões de anos. Porém, para a realização de simulações numéricas astronômicas, há a necessidade de computadores e programas compatíveis. Desenvolver computadores cada vez mais eficientes e programas que possibilitem aplicar a física em corpos celestes tem sido alvo de muitos pesquisadores, impulsionados pelo potencial que pode ser alcançado pela simulação numérica no campo da astronomia. Entre os diversos programas disponíveis para simulações em dinâmica estelar, o que vamos discutir aqui é o

GADGET-2. O GADGET-2¹ é um código de n-Corpos, desenvolvido como parte do doutorado de Volker Springer, do Instituto Max Planck de Astrofísica (Alemanha). A primeira versão (Springer, 2000) foi publicada em março de 2000, e a segunda, aperfeiçoada com a ajuda de Simom White (seu orientador) e Lars Hernquist, foi publicado em Maio de 2005 (Springer, 2005). O nome é um acrônimo de *G*alaxies with *D*ark matter and *G*as *int*erac*T*. O programa calcula as forças gravitacionais com um algoritmo em árvore hierárquica (TREECODE), baseado na física não colisional e representa o gás por meio da técnica SPH (*Smoothed-particle hydrodynamics*). Este é um programa livre, distribuído sob a GNU (*General Public License*), que tem como estrutura principal um código TreeSPH (Hernquist & Katz, 1989).

O objetivo deste trabalho é apresentar as equações básicas da física não colisional, aplicada ao programa GADGET-2, expor o método SPH e algumas técnicas computacionais aplicadas para este fim.

2. A Física

Para transcrever a física de um sistema dinâmico em interação se faz necessário entender um processo que dura centena de milhões de anos, e que modifica substancialmente as estruturas cósmicas. Para isso, devemos descrever (basicamente) três componentes do sistema: a matéria escura, as estrelas e o gás. Esses dois primeiros itens são regidos pela dinâmica não-colisional do sistema, já o gás é tratado como um gás ideal (composto

¹ Disponível em <http://www.mpa-garching.mpg.de/gadget/>

essencialmente de H e He) por meio da técnica SPH. Todos os elementos estão sujeitos à força da gravidade.

2.1 Física não-colisional

A dinâmica das componentes não-colisionais, matéria escura e das estrelas, são descritas pelas equações de Boltzmann (Binney, 1987). Essas equações são responsáveis por descrever, de um modo geral, o movimento do sistema, acopladas com a equação de Poisson, responsável por inserir o potencial do sistema.

Considerando uma distribuição de partículas onde cada uma delas carrega informação sobre a posição e a velocidade, podemos descrever a densidade espacial, como sendo:

$$\rho(\vec{r}) = \int f(\vec{r}, \vec{v}) d^3v$$

Essa densidade pode ser relacionada com a força gravitacional $[g(r)]$ existente entre dois corpos pontuais, separados por uma distância $r - r'$:

$$g(r) = G \cdot \nabla r \int \frac{\rho(r')}{|r - r'|} dr'$$

Sendo assim, podemos escrever a força como um gradiente do potencial:

$$g(r) = -\nabla \phi(r)$$

Essa é uma das características dos campos conservativos². Sabemos que podemos escrever a força em termos do potencial, e assim, obter a equação de Poisson, que relaciona o potencial $\phi(r)$ à densidade $\rho(\vec{r})$:

$$\nabla^2 \phi(r) = 4\pi G \rho(r)$$

A equação de Poisson também é chamada de equação de fontes, pois seu significado físico se remete a distribuição de matéria $\rho(\vec{r})$, que gera (é a fonte) do potencial $\phi(r)$. Em casos específicos, onde não há matéria ($\rho(\vec{r}) = 0$), a equação de Poisson reduz-se à equação de Laplace:

$$\nabla^2 \phi(r) = 0$$

O processo de interação entre sistemas estelares é dinâmico, onde ao longo do tempo ocorrerão alterações na velocidade e na posição. Sendo assim, a descrição completa do processo, que envolve um sistema composto por um número N de partículas, pode ser caracterizado pela função de distribuição $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ que nada mais é do que a transcrição da densidade no espaço de fase ao longo do tempo.

Se conhecermos as leis de movimento de um sistema e as condições iniciais (como o

sistema é composto no instante $t = 0$) conseguimos evoluir o sistema ao longo do tempo, nos permitindo assim estudar qualquer estado deste sistema num dado momento. Para isso é necessário determinar como a função de distribuição evolui no espaço de fase (Lima Neto, 2009).

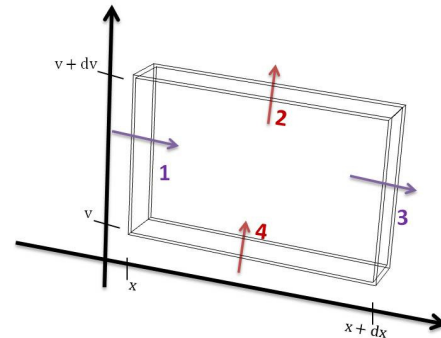


Figura 1: Corte no espaço de fase, em x e v_x . O eixo das abscissas corresponde ao deslocamento x , e o eixo das ordenadas a variação da velocidade.

Se considerarmos a Figura 1 como sendo a representação do espaço de fase, com volume igual a $dV = dx \cdot dv$. Podemos determinar o fluxo de “material” no plano x, v_x .

Na horizontal, no primeiro instante (região 1), temos: $v_x dt$ e $dv_x \rightarrow f(x, v_x) v_x dv_x dt$ e, no instante final (região 3): $f(x + dx, v_x) v_x dv_x dt$. Com isso, temos que o fluxo da função de Distribuição na direção x , em dt é:

$$[f(x + dx, v_x) - f(x, v_x)] v_x dv_x dt = \frac{\partial f}{\partial x} dx dv_x dt$$

De forma análoga, na vertical, para as regiões (2) e (4), temos

$$[f(x, v_x + dv_x) - f(x, v_x)] dx \frac{dv_x}{dt} dt = \frac{\partial f}{\partial v_x} dx dv_x dt$$

Se associarmos esses dois fluxos, temos o fluxo total da região:

$$\frac{\partial f}{\partial x} dx v_x dt + \frac{\partial f}{\partial v_x} dv_x dx \frac{dv_x}{dt} dt = \frac{\partial f}{\partial t} dx dv_x dt$$

Isto é:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{dv_x}{dt} \frac{\partial f}{\partial v_x} = 0$$

Esta é a equação que nos fornece a evolução da função de distribuição determinada por um potencial ϕ .

Generalizando para todas as coordenadas, temos:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{dv_x}{dt} \frac{\partial f}{\partial v_x} + \frac{dv_y}{dt} \frac{\partial f}{\partial v_y} + \frac{dv_z}{dt} \frac{\partial f}{\partial v_z} = 0$$

Escrevendo em notação vetorial, obtemos a Equação de Boltzmann sem colisão (do inglês CBE- Collisions Boltzmann Equation).

² Campo conservativo: Campo cujo rotacional é nulo.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f - \nabla \phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0$$

Essa equação é utilizada para determinar a evolução de $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ ocasionada pelo potencial ϕ .

Observando a derivada total da função de distribuição, notamos que é exatamente a CBE, podendo então, escrevê-la como sendo

$$\frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

Isso significa que f ao longo de uma órbita, é constante, ou seja, a função de distribuição assume características de incompressibilidade no espaço de fase (Ferrari, 2010).

O primeiro a interpretar as equações de Boltzmann e utilizá-las na astronomia foi Jeans, em 1915. As interpretações nasceram do conceito de que a CBE está diretamente ligada com a função de distribuição. Se integrarmos a CBE, em todas as velocidades, obteremos uma equação que descreve a densidade numérica de estrelas $[\rho(\vec{r}) = m \cdot n(\vec{r})]$. A equação resultante da primeira integração da CBE é chamada de Momentum zero da CBE.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i \left[v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial v_i} \right] = 0$$

Integrando em todas as velocidades:

$$\sum_i \int \frac{\partial f}{\partial v_i} dv = \int \nabla f \cdot d\mathbf{v} = \int_S f \cdot d\mathbf{S} = 0$$

As duas primeiras igualdades são resolvidas aplicando o teorema da divergência. O último termo tende a zero pelo fato da integral ser feita num volume arbitrário V , $\lim_{V \rightarrow \infty} f = 0$, pois assumimos que não existem estrelas ligadas ao sistema com velocidades excessivamente altas.

Sendo assim, obtemos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \cdot \overline{v_i}) = 0$$

Que é chamada também de equação de continuidade para as estrelas. Esta equação prescreve que a massa total é invariante ao longo do tempo.

Procedendo da mesma maneira, mas agora multiplicando pela velocidade, v_j , temos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int v_j f dv + \sum_i \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \int v_i v_j f dv - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \int v_j \frac{\partial f}{\partial v_i} dv \right] = 0$$

Se passarmos a resolver cada um dos termos, teremos:

•

$$\bullet \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \int v_j \frac{\partial f}{\partial v_i} dv = v_j f \Big|_v - \int f \frac{\partial v_j}{\partial v_i} dv = -\delta_{ij} \int f dv$$

Sendo $\overline{v_j}$ a velocidade média da partícula. Escrita em termos da dispersão de velocidades e do potencial, temos:

$$v \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial t} + v \overline{v_i} \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i} = -v \frac{\partial \phi}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_i} (v \sigma_{ij}^2)$$

Essa é a conhecida Equação de Jeans. Esta equação representa a variação, na velocidade, de um sistema não colisional, descrito pela função de distribuição f . Analisando esta equação podemos chegar a algumas considerações: (1) a variação na velocidade é ocasionada pelo fato de a velocidade variar com o tempo num mesmo ponto $((\partial(v_{1j}))/\partial t)$; (2) ou porque o sistema acompanha o fluxo $((\partial(v_{1j}))/(\partial x_{1i}))$. (3) A variação da velocidade é proporcionada por forças

provenientes do potencial $(\partial \phi / \partial x_j)$; (4) ou ainda de uma pressão $((\partial(v \sigma_{1j}^2))/(\partial x_{1i}))$ ocasionada devido à distribuição de velocidades estelares.

Por fim, podemos notar que as equações por si não são fechadas, pois as equações de Jeans são apenas três, para quatro variáveis: $\rho, \phi, \overline{v_j} \text{ e } \sigma_{ij}$. Sendo então necessário fazer hipóteses sobre o comportamento do sistema, mensurando assim essas variáveis, seguindo modelos e/ou dados observacionais.

2.2 Método SPH

A parte colisional, é composta pelo gás interestelar (basicamente H e He), e sua evolução é modelada usando a técnica SPH, de forma completamente compatível com a estrutura em árvore do TREECODE (Barnes & Hut, 1986), a ser discutida na **Seção 3**. Ele é tratado como um fluido suavizado, obedecendo à equação de Navier-Stokes para um gás compressível. Segundo Hoover (2006) o campo de densidade do gás é representado por partículas que carregam informações capazes de descrever as propriedades termodinâmicas e hidrodinâmicas locais do fluido (incluindo-se uma viscosidade artificial para capturar choques).

O método *Smoothed Particles Hydrodynamics* (SPH) foi desenvolvido por Lucy e

Gingold & Monaghan, em 1977, com o objetivo de resolver equações de movimento de um fluido compressível. O método se baseia nas equações propostas por Monaghan (1992).

A finalidade do método é a descrição das características do fluido (no caso da astronomia, um gás ideal) por interpolação de um conjunto de partículas. A interpolação é realizada usando um parâmetro de suavização (*smoothing kernel*), representado por ω , que é a soma ponderada sobre as partículas dentro de uma área definida por um comprimento de suavização h (*smoothing length*). Existem diversas técnicas para a escolha do ω , todas elas concordam com o fato de que partículas muito distantes não interajam. Isso melhora significativamente o desempenho do cálculo das forças, do ponto de vista computacional.

Utiliza-se a equação abaixo, para uma determinada região V :

$$V(r) = \sum_j m_j \frac{V_j}{\rho_j} \omega(|r - r_j|, h)$$

Nesta equação o m_j corresponde à massa de uma partícula j . V_j é o valor de uma grandeza mensurável de partículas que interagem com a partícula j . O ρ corresponde à densidade de partículas associada com a posição da partícula j , r é a posição e ω o parâmetro de suavização (*kernel*).

3. O Algoritmo em Árvore

Nos sistemas em interação a força motriz é a Gravidade. Isso, graças ao longo alcance que pode interferir em outros corpos. Existem algumas técnicas para se calcular a força que uma partícula exerce em outra partícula. A técnica PP (partícula-partícula) é a mais simples. A configuração do sistema é determinada em cada instante t , calculando a interação de todos os pares de partículas do sistema. Ou seja, num sistema com n partículas, são definidos $n(n-1)$ pares. Em termos de cálculo, este método considera um esquema de soma direta, o que o torna, do ponto de vista computacional, o mais pesado.

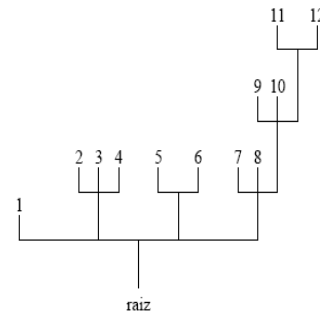
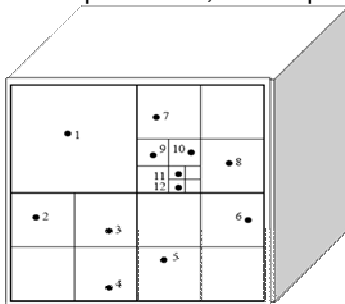


Figura 2: Esquemática do Algoritmo de árvores, onde há uma subdivisão de células até que se haja somente uma partícula em cada grade.

Para esses fins, uma técnica amplamente utilizada é o chamado Algoritmo em Árvore (TREECODE). O método TREECODE procura explorar o fato da interação de uma partícula com as suas vizinhas ser muito mais importante que a sua interação com partículas distantes. Sendo assim, o método é baseado na distância entre as partículas do sistema.

Para a execução do algoritmo de árvore temos duas fases distintas: a construção da árvore de acordo com a estrutura do sistema e o cálculo da força em cada partícula seguindo a hierarquia definida pela composição da árvore. Veja um exemplo na **Figura 2**.

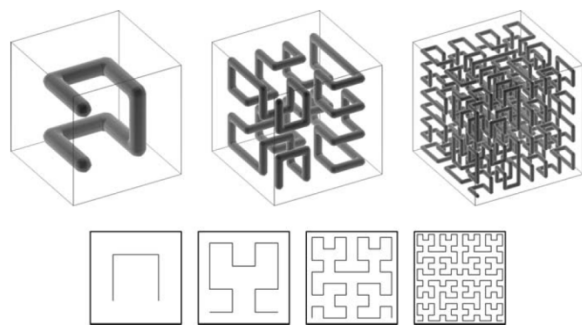


Figura 3: Curva de Peano-Hilbert. (Springel, 2005)

Para a construção da árvore devemos, primeiramente, considerar uma célula que contenha todas as partículas do sistema, denominada célula raiz, a intersecção entre as células é chamada de "nó". A célula inicialmente é dividida em 8 células cúbicas iguais. Neste ponto, contamos o número de partículas $[N]_p$ em cada célula. Se na célula não há partículas $[N]_p = 0$ a célula é ignorada. Se na célula há uma partícula $[N]_p = 1$ ela é armazenada como uma "folha". Se na célula existe mais de uma partícula $[N]_p > 1$ ela é gravada como um nó-galho e voltamos ao passo anterior (subdividí-la até

termos uma só partícula por célula). Este processo foi proposto inicialmente por Barnes-Hut (1986).

O cálculo da força vai ser beneficiado com a organização TREECODE, já que esta permite hierarquizar as partículas em termos de distância sem que esta seja calculada explicitamente. O princípio básico consiste em usar a soma direta para calcular a força exercida pelas partículas em suas partículas vizinhas (próximas) enquanto que a contribuição das partículas distantes é contabilizada tendo em conta células maiores (pseudo-células), que representam um conjunto de partículas.

Um fato que deve ser tratado com cuidado é o de definir os critérios que nos permitem dizer se a partícula está próxima ou distante da partícula que estamos considerando. Essa distinção é fundamental e permite uma poupança de tempo de computação significativa em sistemas com grande número de partículas. Essa distinção é feita baseando-se no “parâmetro de tolerância” (θ).

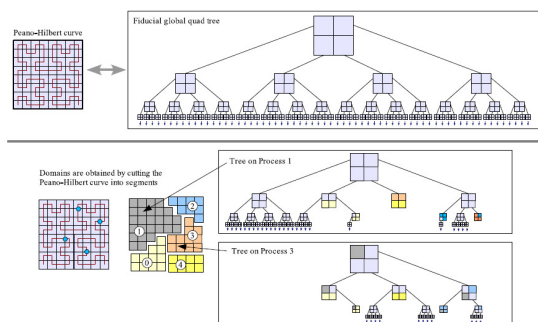


Figura 4: Correspondência entre o código de árvore e a segmentação de Peano-Hilbert. (Springel, 2005)

Se considerarmos a desigualdade $\frac{s}{d} \leq \theta$, em que s representa as dimensões da célula, d a distância do centro de massa da célula até a partícula onde se quer calcular a força e θ o parâmetro de tolerância. Sendo assim, usando este critério, os passos para se calcular as forças são: (1) escolher uma partícula “ x ” como um nó-raiz. (2) Calcular $\frac{s}{d}$ para o nó escolhido. (3) Se $\frac{s}{d} \leq \theta$ então a estrutura interna é calculada para a

célula como um todo, mas, se $\frac{s}{d} > \theta$, devemos subir mais um nível na árvore, e refazemos o teste. Os passos (2) e (3) são repetidos recursivamente, até que a desigualdade seja satisfeita.

No estudo de sistemas de interação de galáxias, por exemplo, o número de partículas é da ordem de 10^{12} , o que é bastante exigente do

ponto de vista computacional, quer em termos de cálculo, quer em termos de memória. O elevado número de equações, a quantidade de partículas, as informações do sistema (massa, posição e velocidade) e as repetições exaustivas tornam a simulação um verdadeiro desafio computacional. Desafio este que impulsiona a construção de métodos e técnicas que nos auxiliem no estudo desses sistemas. Um deles é a construção de supercomputadores.

4. Estratégia Computacional

Para se simular sistemas reais, como por exemplo, a interação entre galáxias, o número de partículas, equações e a quantidade de informações que cada partícula carrega consigo (massa, posição e velocidade) é bastante exigente do ponto de vista computacional. Por isso, cada vez mais se tem utilizado supercomputadores que nos ajudem neste problema. A construção de supercomputadores reduz o tempo de integração e permite aumentar o número de partículas do sistema, tornando-os mais reais. Uma estratégia empregada por Springel (2005) a fim de potencializar o sistema computacional empregado nas simulações é utilizar a curva de preenchimento de Peano-Hilbert.

A curva pode ser construída recursivamente a partir da sua base “ Π ”, como mostra a **Figura 3**. As curvas de Peano-Hilbert são curvas de preenchimento do espaço, contínuas, que atravessam todos os pontos de uma região. Elas são produzidas em duas etapas: (1) Subdividindo o volume de desenho em um número de células; (2) Atravessando as células seguindo a regra Π , sendo que: cada célula só será visitada uma vez, e a próxima célula a ser visitada será a sua vizinha (Sagan, 1994).

No programa GADGET-2 a curva de Peano-Hilbert é responsável por dividir o número total de partículas pelo número de processadores (domínios) disponíveis, fazendo o balanceamento de cargas. Isso faz com que todos os processadores tenham a mesma quantidade de partículas para trabalhar, evitando assim que um processador fique sobrecarregado enquanto outro fique esperando.

Usando a curva de Peano-Hilbert nós também garantimos uma propriedade importante, na qual é preservada a localidade da partícula, e, garantindo que partículas “vizinhas” sejam mantidas juntas, o que é desejável, já que reduz a comunicação entre os domínios. A associação do método TreeCode com a curva de Peano-Hilbert é exposta na **Figura 4**.

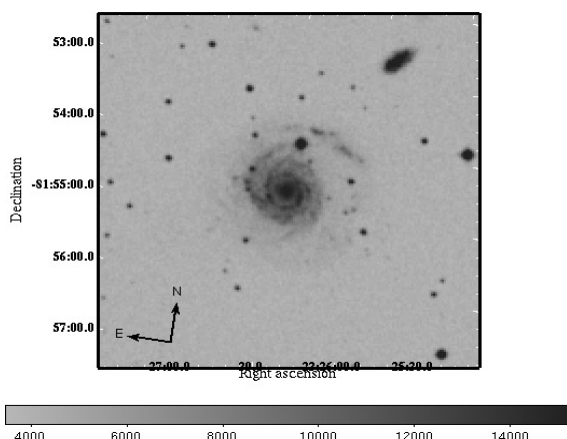


Figura 5: Imagem da galáxia AM2322-821, obtida pelo DSS.

5. Simulação da galáxia AM 2322-821

No artigo publicado recentemente por Krabbe (2011), foi feita uma análise observacional da galáxia em interação AM2322-821 (**Figura 5**) e, posteriormente, o sistema foi modelado utilizando simulações numéricas de N-corpos/SPH, baseados em dados observacionais, obtidos em observações no Gemini Sul, com o programa GADGET-2.

Esse sistema AM 2322-821 é composto por duas galáxias. Na **Figura 6** é exposta a evolução temporal do sistema. A simulação indica que o sistema passou pelo pericentro orbital ~90 Myr atrás.

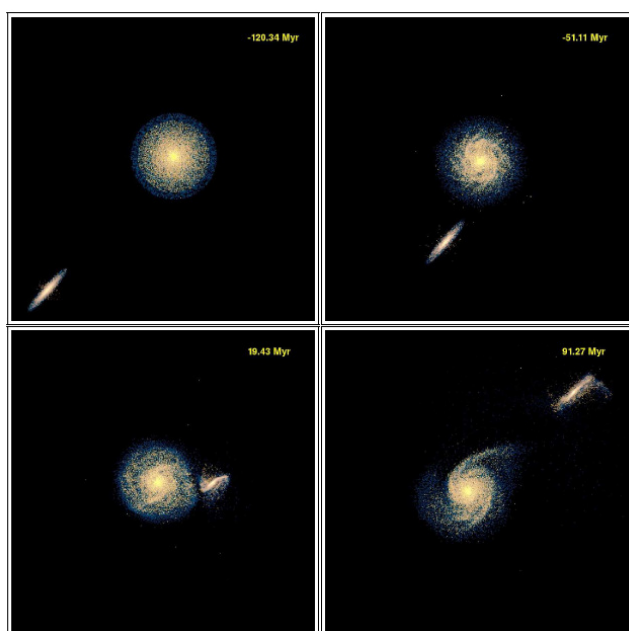


Figura 6: Simulação realizada com o programa GADGET-2 do par de galáxias AM2322-821. (Krabbe, 2011).

6. Conclusão

O GADGET-2 é um programa capaz de calcular a força gravitacional que age nas componentes de um sistema N partículas e simular sua evolução temporal. As componentes a serem modeladas (gás, estrelas e matéria escura) são descritas através das Equações de Boltzmann sem Colisão (estrelas e matéria escura) ou do método SPH (gás). Ambos são tratados hierarquizados pelo método TreeCode para o cálculo da força da gravidade.

A grande quantidade de partículas, o número de interações e a complexidade das equações tornam o problema de N-corpos um desafio computacional. Para isso técnicas foram desenvolvidas para auxiliar, como por exemplo, o código em árvore e a curva de Peano-Hilbert.

O GADGET-2 vem sendo muito utilizado em simulações cosmológicas e de colisões de galáxias. Citamos como exemplo o trabalho de Krabbe ET AL (2011) em que simulações de N-corpos foram realizadas com base em observações do sistema AM2322-821. Um dos objetivos deste trabalho foi o estudo da dinâmica do par de galáxias em interação.

7. Referências Bibliográficas

- BARNES, J. An efficient N-body algorithm for a fine-grain parallel computer. In The Use of Supercomputers in Stellar Dynamics, pages 175-180. P. Hut and S. McMillan, eds, Springer Verlag, 1986. Monaghan, J.J., 1992. ARA&A 30, 543.
- BINNEY J., Tremaine R., 1987, Galactic Dynamics , Princeton University Press
- FERRARI, F. Dinâmica de Sistemas Esferoidais. 2010. Disponível em: <http://www.ferrari.pro.br/home/research/FFerrari-Dinamica-Galactica.pdf>. Acessado em 18 de julho de 2011.
- HERNQUIST, L., Katz, N., 1989. ApJ 70, 419
- KRABBE, A. C., Pastoriza, M. G., Winge, C., Rodrigues, I., Dors, O. L., & Ferreira, D. L. 2011, , 1175
- LIMA NETO, G. B., Introdução a Dinâmica Estelar. 2009. Disponível em <http://www.astro.iag.usp.br/~gastao/dinamica/CursosDin2000.pdf>. Acessado em 20 de julho de 2011.

RODRIGUES, I. Interações de sistemas estelares.
Tese (Doutorado). Porto Alegre, RS-BR, 1999:
Universidade Federal do Rio Grande. Instituto de
Física. Curso de Pós-Graduação em Física, 1999.

SAGAN, Hans. Space-Filling Curves, Springer-
Verlag, New York, 1994. ISBN: 0-387-94265-3.

SPRINGEL, V. 2005, MNRAS, 364, 1105

SPRINGEL, V. New Astronomy 6 (2001) 79–117