

A RELAÇÃO DE FRANK-STARLING

Simone Aparecida Bertolotti¹, Alderico Rodrigues de Paula Jr², Mituo Uehara²

¹Faculdade de Ciências da Saúde – Engenharia Biomédica – Universidade do Vale do Paraíba
Av.: Shishima Hifumi, 2911 – Urbanova – Cep.: 12244000 – São José dos Campos – SP
e-mail¹: simone@univap.br

²Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento – Universidade do Vale do Paraíba
Av.: Shishima Hifumi, 2911 – Urbanova – Cep.: 12244000 – São José dos Campos – SP
e-mail²: mituo@univap.br

Resumo: Para estados estacionários do sistema cardiovascular o débito cardíaco direito (volume de sangue bombeado pelo ventrículo direito, por unidade de tempo) é igual ao débito cardíaco esquerdo. Se o sistema for perturbado, ele apresentará um comportamento transitório durante o qual o débito cardíaco direito é diferente do esquerdo. Cessada a perturbação, o sistema volta novamente a um estado estacionário em que novamente se igualam os débitos cardíacos. As relações de Frank-Starling desempenham um papel essencial nessa equalização dos débitos cardíacos. Neste trabalho, a partir de dados experimentais publicados na literatura, determinam-se, na aproximação linear, relações de Frank-Starling para as condições de repouso e de exercícios físicos. Introduzindo essas relações em equações diferenciais da dinâmica da circulação sangüínea, fazem-se estimativas do tempo necessário para a equalização dos débitos cardíacos, após cessar a perturbação que tirou o sistema do estado estacionário.

Palavras-chave: sistema cardiovascular, equações diferenciais, relação de Frank-Starling, exercício físico.

Área do Conhecimento: Ciências Biológicas.

Introdução

O coração humano consiste em uma bomba pulsátil e divide-se em um coração direito e um coração esquerdo, cada qual com um átrio e um ventrículo. Os átrios funcionam como reservatórios de sangue, com uma pequena ação de bombeamento para ajudar no enchimento do ventrículo. Os ventrículos são as principais câmaras bombeadoras, sendo que o ventrículo esquerdo alimenta a circulação sistêmica, enquanto o ventrículo direito bombeia o sangue venoso, proveniente da circulação sistêmica, para a circulação pulmonar, onde o dióxido de carbono é eliminado e o sangue é enriquecido com oxigênio. Na Figura 1, os fluxos sangüíneos (em cm^3/s) são indicados pela letra Q, sendo Q_S o retorno venoso sistêmico, Q_P o retorno venoso pulmonar, Q_E o débito cardíaco esquerdo e Q_D o débito cardíaco direito.

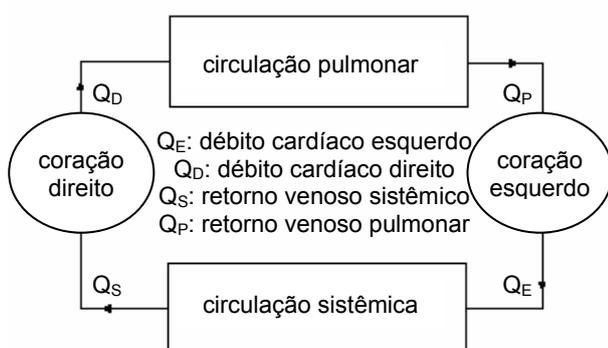


Figura 1 – Diagrama do sistema cardiovascular.

As grandezas que descrevem a dinâmica da circulação do sangue no sistema cardiovascular apresentam um caráter pulsátil e periódico. Para simplificar a análise matemática dessa dinâmica utilizam-se valores médios das grandezas dinâmicas, referentes a um período cardíaco, eliminando-se assim o caráter pulsátil do tratamento matemático. Um conceito fundamental é o de *estados estacionários*, que se distinguem dos comportamentos transitórios do sistema. Num estado estacionário os débitos cardíacos esquerdo e direito são iguais [1]. Cessada a perturbação que tirou o sistema de um estado estacionário, o sistema busca um novo estado estacionário. Por exemplo, suponhamos que o sistema esteja num estado estacionário, estando a pessoa na posição sentada. Se a pessoa se deitar (posição supina), durante algum tempo o sistema apresentará um comportamento *transitório* (não estacionário) em que o volume de sangue estará sendo redistribuído entre a circulação pulmonar e a circulação sistêmica. Terminada a redistribuição do volume de sangue, o sistema atinge um novo estado estacionário, em que os débitos cardíacos, Q_E e Q_D , terão valores diferentes daqueles correspondentes à posição sentada, mas eles serão iguais entre si, isto é, $Q_E = Q_D$. Essa equalização dos débitos cardíacos esquerdo e direito, a longo tempo, é essencial para a condição de vida. Por exemplo, se $Q_E > Q_D$, durante muito tempo, haverá congestão pulmonar, com conseqüências fatais. Por outro lado, se $Q_E < Q_D$,

haverá depleção pulmonar. As relações de Frank-Starling desempenham um papel fundamental na equalização dos débitos cardíacos esquerdo e direito [1].

Os exercícios físicos representam uma grande exigência para o sistema cardiovascular e para fazer frente a isso o organismo humano utiliza vários recursos, tais como o aumento da pulsação cardíaca e da contratilidade do músculo cardíaco. Em consequência dessas alterações a forma da relação de Frank-Starling é alterada. Poliner *et al.* [2] mediram o débito cardíaco e o volume diastólico final, correspondentes às posturas sentada e supina, para as condições de repouso e de exercícios físicos.

No presente trabalho utilizaremos dados experimentais de Poliner *et al.* [2] para obter as relações de Frank-Starling, na aproximação linear, e com essas relações estudar matematicamente o comportamento do sistema cardiovascular após uma perturbação que cause uma diferença entre os débitos cardíacos esquerdo e direito. Mostraremos, assim, com dados reais, o papel desempenhado pelas relações de Frank-Starling na estabilidade do sistema, apresentando estimativas do tempo necessário para a equalização dos débitos cardíacos, após cessar a perturbação que tirou o sistema do estado estacionário.

Materiais e Métodos

Aplicando-se a equação da continuidade ao sistema cardiovascular, obtêm-se as equações diferenciais [1]:

$$dv_D / dt = Q_S - Q_D \quad (1),$$

$$dv_S / dt = Q_E - Q_S \quad (2),$$

$$dv_E / dt = Q_P - Q_E \quad (3),$$

$$dv_P / dt = Q_D - Q_P \quad (4),$$

onde v representa volume de sangue, sendo v_D o volume de sangue no coração direito, v_S na circulação sistêmica, v_E no coração esquerdo e v_P na circulação pulmonar.

Nas equações (1) - (4) os volumes e os fluxos sanguíneos representam valores médios num período cardíaco, de modo que não se considera o caráter pulsátil dessas grandezas.

O débito cardíaco de um ventrículo depende do volume de sangue nele acumulado durante a fase diastólica, de modo que se tem as relações $Q_E = Q_E (v_E)$ e $Q_D = Q_D (v_D)$, conhecidas como relações de Frank-Starling, funções ventriculares ou funções cardíacas [3]. Com essas relações as equações (1) - (4) ficam acopladas, de modo que as relações de Frank-Starling são importantes para equalizar os débitos cardíacos direito e esquerdo.

Poliner *et al.* [2] realizaram experimentos com sete pessoas normais, com idade média de 26 anos, que se submeteram a exercícios físicos de diferentes níveis de intensidade. Os exercícios foram realizados nas posturas sentada e supina, em bicicletas ergométricas. A Tabela 1 contém alguns dados obtidos por aqueles autores [2]. Os dados mostram que, para cada condição (repouso ou exercício), a frequência cardíaca (f) é diferente para as posturas sentada e supina. Essa diferença indica que os dados experimentais correspondem a diferentes funções ventriculares, de modo que os dados precisam ser normalizados.

Para normalizar os dados, seguiremos o seguinte procedimento:

- para cada condição, calculamos a média da frequência cardíaca entre a posição sentada e supina;
- o valor normalizado do débito cardíaco (Q), para cada postura, é obtido multiplicando-se a frequência cardíaca média (f_m) pelo volume de ejeção (S) referente à postura considerada, isto é, $Q = f_m S$.

Os dados experimentais normalizados são apresentados na Tabela 2.

Na aproximação linear, a relação de Frank-Starling pode ser dada por:

$$Q = a + b v \quad (5),$$

sendo a e b constantes, Q o débito cardíaco e v o volume de sangue no coração.

Com os dados da Tabela 2 obtêm os valores indicados na Tabela 3.

Tabela 1 – Dados experimentais de Poliner *et al.* (1980) [2].

Condição	Repouso		Exercício 1		Exercício 2		Exercício Máximo	
	Sentada	Supina	Sentada	Supina	Sentada	Supina	Sentada	Supina
Postura								
v (mL)	85	107	113	123	117	137	116	135
S (mL)	55	76	85	92	92	105	99	106
f (batimentos/min)	89	71	124	100	165	133	182	172
Q (L/min)	4.8	5.4	10.4	9.1	15.1	13.8	18.0	18.3
p (mmHg)	125 - 84	125 - 76	161 - 86	152 - 81	190 - 89	169 - 91	204 - 91	206 - 96

v: volume diastólico final; S: volume de ejeção; f: frequência cardíaca; Q: débito cardíaco; p: pressão arterial.

Tabela 2 – Dados normalizados de Poliner *et al.* (1980) [2].

Condição	Repouso		Exercício 1		Exercício 2		Exercício Máximo	
	Sentada	Supina	Sentada	Supina	Sentada	Supina	Sentada	Supina
v (cm ³)	85	107	113	123	117	137	116	135
S (cm ³)	55	76	85	92	92	105	99	106
f_m (batimentos/min)	80	80	112	112	149	149	177	177
Q (cm ³ /s)	73.3	101.3	158.7	171.7	228.5	260.8	292.1	312.7
p (mmHg)	125 - 84	125 - 76	161 - 86	152 - 81	190 - 89	169 - 91	204 - 91	206 - 96

v: volume diastólico final; S: volume de ejeção; f_m: frequência cardíaca média; Q: débito cardíaco; p: pressão arterial.

Tabela 3 – Valores de a e b.

Condição	Repouso	Exercício 1	Exercício 2	Exercício Máximo
a (cm ³ · s ⁻¹)	- 35	12	39	167
b (s ⁻¹)	1.3	1.3	1.6	1.1

Das equações (1) - (4) resultam:

$$e \quad dv_E / dt = Q_D - Q_E - dv_S / dt \quad (6),$$

$$e \quad dv_D / dt = Q_E - Q_D - dv_P / dt \quad (7).$$

Para simplificar, vamos supor que os vasos sanguíneos sejam rígidos. Nessa hipótese, temos:

$$dv_S / dt = 0 = dv_P / dt \quad (8).$$

As equações (6) e (7) se reduzem a:

$$e \quad dv_E / dt = Q_D - Q_E \quad (9),$$

$$e \quad dv_D / dt = Q_E - Q_D \quad (10).$$

Na aproximação linear, tomamos:

$$e \quad Q_E = a + b v_E \quad (11),$$

$$e \quad Q_D = a + b v_D \quad (12).$$

Das equações (9) - (12) resultam:

$$e \quad Q_E(t) = A + B e^{-2bt} \quad (13),$$

$$e \quad Q_D(t) = A - B e^{-2bt} \quad (14),$$

sendo

$$e \quad A = [Q_E(0) + Q_D(0)] / 2 \quad (15),$$

$$e \quad B = [Q_E(0) - Q_D(0)] / 2 \quad (16),$$

onde Q_E(0) e Q_D(0) são os débitos cardíacos no instante t = 0.

Resultados

As equações (13) e (14) mostram que a diferença entre Q_E(t) e Q_D(t) diminui exponencialmente com o tempo se b>0 e aumenta exponencialmente com o tempo se b<0. Portanto, para b>0 o sistema é estável, e para b<0 o sistema é instável. Os dados experimentais mostram que b>0, conforme se vê na Tabela 3.

Sendo o sistema estável (b>0), para t → ∞, Q_E e Q_D tendem para um valor que corresponde a um estado estacionário. As Figuras 2 e 3 mostram Q_E(t) e Q_D(t) para a situação de repouso e para a situação de exercício máximo, respectivamente, conforme os dados experimentais de Poliner *et al.* [2].

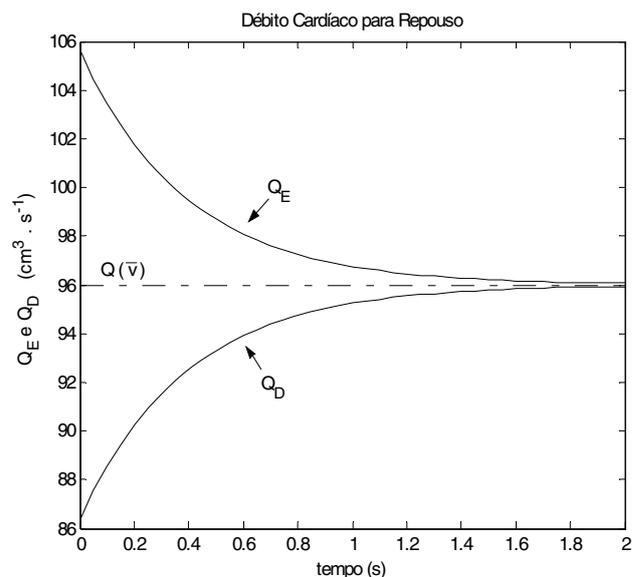


Figura 2 – Débito cardíaco em função do tempo, para a condição de repouso.

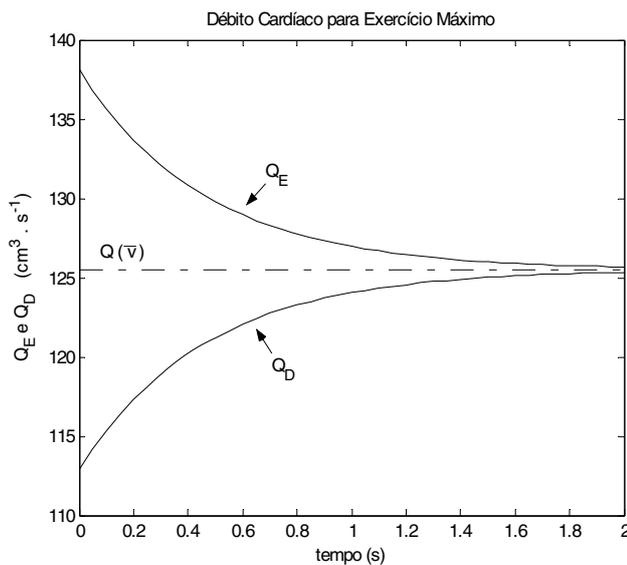


Figura 3 – Débito cardíaco em função do tempo, para a condição de exercício máximo.

Para o instante $\tau = 5 (2 b)^{-1}$ a diferença entre os débitos cardíacos é $Q_E(\tau) - Q_D(\tau) \cong 0.007 [Q_E(0) - Q_D(0)]$ corresponde a $\sim 0.7\%$ do valor inicial, de modo que o valor de regime já foi praticamente atingido. Da Tabela 3 obtemos, para a condição de repouso, $\tau \cong 1.9s$, que seria o tempo necessário para a equalização dos débitos cardíacos, se os vasos sanguíneos fossem rígidos. Da Tabela 2, obtemos o período cardíaco $T = 1/f_m \cong 0.75$, de modo que o tempo necessário para o sistema atingir o novo estado estacionário seria $\tau \cong 2.5 T$.

Discussão

A inclusão das propriedades elásticas dos vasos sanguíneos aumentaria o tempo necessário para o sistema cardiovascular atingir um novo estado estacionário, mas não alteraria a conclusão de que a relação de Frank-Starling desempenha um papel essencial na equalização dos débitos cardíacos.

Conclusão

Demonstrou-se, matematicamente, que a relação de Frank-Starling desempenha um papel fundamental na equalização dos débitos cardíacos direito e esquerdo, o que é importante para a estabilidade do sistema cardiovascular. Com base em dados experimentais [2] apresentou-se uma estimativa do tempo mínimo necessário para a equalização dos débitos cardíacos, na aproximação em que se desprezam as propriedades elásticas dos vasos sanguíneos.

Agradecimentos

Minha gratidão ao professor Mituo, no qual sem a sua fé e os seus conhecimentos não seria possível o desenvolvimento deste trabalho.

Referências

- [1] UEHARA, M.; SAKANE, K. K. Physics of the Cardiovascular System: An Intrinsic Control Mechanism of the Human Heart. **American Journal of Physics**. V. 71, n. 4, p. 338-344, 2003.
- [2] POLINER, L. R.; DEHMER, G. J.; LEWIS, S. E.; PARKEY, R. W.; BLOMQUIST, G.; WILLERSON, J. Left Ventricular Performance in Normal Subjects: A Comparison of the Responses to Exercise in the Upright and Supine Positions. **Circulation**. n. 62, p. 528-534, 1980.
- [3] McGEOWN, J. G. Physiology. New York: Curchill Livingstone, p. 52, 1996.