

GOP – SOFTWARE PARA ANÁLISE NUMÉRICA DE GUIAS ÓPTICOS PLANARES PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Marco A. Hidalgo Cunha¹ e Marcos A. R. Franco²

1 – Universidade de Taubaté – UNITAU , Taubaté – SP – Brasil

Rua Quintino Bocaiúva, 161, Taubaté – 12010-650 –SP – Brasil – fireup@iconet.com.br

2 – Instituto de Estudos Avançados – IEAV/CTA – Rod. Dos Tamoios, km 5,5 – São José dos Campos - 12228-840 – SP – Brasil – marcos@ieav.cta.br

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos, Guias de Ondas, Propagação de Ondas, Matlab
Área do Conhecimento: III - Engenharias

Resumo: Este trabalho apresenta uma implementação computacional para a análise modal de guias ópticos planares pelo método dos elementos finitos em uma dimensão. O programa foi desenvolvido em ambiente Matlab e conta com uma interface gráfica simplificada para entrada de dados, que definem o caso de estudo, e um campo especial para visualização gráfica dos resultados das análises numéricas.

I. INTRODUÇÃO

Guias ópticos integrados apresentam características que muitas vezes, não permitem um estudo analítico acurado exigindo a fabricação de protótipos para ensaio experimental. A fabricação desses protótipos envolve fases que consomem muito tempo e podem demandar o emprego de ambientes especiais de desenvolvimento, tais como: salas limpas, fornos de temperatura controlada, dispositivos para deposição de filmes finos, etc. Conseqüentemente, tais requisitos acarretam aumento de custo. Por esse motivo, inúmeras técnicas numéricas têm sido empregadas para o auxílio ao projeto e análise de guias ópticos integrados. Dentre as diferentes técnicas numéricas, o Método dos Elementos Finitos (MEF) destaca-se como uma das mais promissoras técnicas para a análise de componentes e dispositivos eletromagnéticos, pois permite tratar problemas com geometrias complexas em uma, duas ou três dimensões e permite considerar meios materiais com anisotropias arbitrárias, incluindo não-homogeneidade e não-linearidade.

Neste trabalho, será apresentada uma implementação do MEF voltada à análise modal de guias ópticos planares, ou seja, determinação das características de propagação da onda óptica; constante de propagação e distribuição de campos ópticos para cada modo de propagação.

Guias ópticos planares são componentes fundamentais em circuitos ópticos integrados e usualmente são empregados na construção de lasers semicondutores, moduladores eletroópticos, chaves, defasadores e células Bragg para dispositivos acusto-ópticos.

Um guia óptico planar simples, composto de três camadas dielétricas, caracteriza-se por apresentar uma camada central com maior índice de refração que as camadas que a envolvem. A luz é guiada, na camada de maior índice de refração, pelo efeito de reflexão total interna. A camada de guiagem é denominada filme ou guia, enquanto as camadas superior e inferior são denominadas camada de cobertura e substrato, respectivamente. A Fig. 1 apresenta um esquema com a disposição das camadas dielétricas no guia planar.

O sinal óptico, gerado por um laser, é usualmente transportado por uma fibra óptica que é conectada ao guia planar. Guias ópticos com pequenas diferenças de índices de refração (guiagem fraca) comportam a propagação de modos ópticos com duas polarizações denominados: modos E^x e modos E^y .

II. GUIAS ÓPTICOS PLANARES

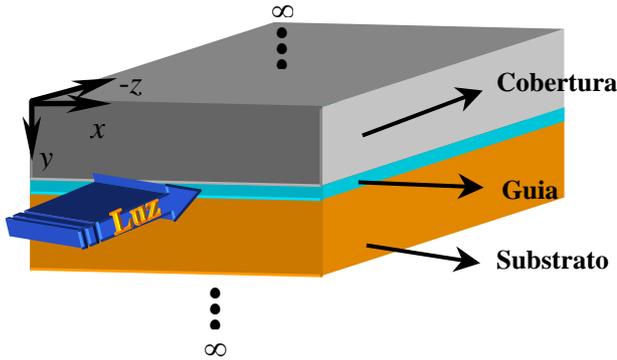


Fig. 1 Guia óptico planar de três camadas dielétricas.

III. FORMULAÇÃO DO MEF

As equações de Maxwell para oscilações harmônicas em meios sem perdas e livres de fontes internas podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}\nabla \times E &= -j \omega \mu H, \\ \nabla \times H &= +j \omega \varepsilon E, \\ \nabla \cdot H &= 0, \\ \nabla \cdot (\varepsilon E) &= 0,\end{aligned}$$

onde $H = |H| e^{j(\omega t - \beta z)}$, $E = |E| e^{j(\omega t - \beta z)}$, β é a constante de propagação da onda, ω é a frequência angular e ε e μ representam a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética do meio material, respectivamente. Serão considerados meios dielétricos com permissividade relativa $\mu_r = 1$ e tensor permissividade relativa ε_r representado por:

$$[\varepsilon_r] = \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix},$$

onde n_x , n_y e n_z representam os índices de refração.

A partir das equações de Maxwell, podem-se encontrar as equações de onda unidimensionais para os modos E^x e E^y em um guia planar [1], [2].

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(A \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - B \phi + C k_0^2 \phi = 0$$

<p>Modo E^x</p> <p>$(\phi = E_x)$</p> <p>$A = 1$</p> <p>$B = 1$</p> <p>$C = n_x^2$</p>
--

<p>Modo E^y</p> <p>$(\phi = H_x)$</p> <p>$A = n_z^{-2}$</p> <p>$B = n_y^{-2}$</p> <p>$C = 1$</p>
--

Aplicando o Método dos Elementos Finitos, ao domínio discretizado em elementos finitos do tipo linha com funções de base de primeira ordem de aproximação polinomial (elemento linear), obtém-se um sistema de autovalores generalizado do tipo [1]-[3]:

$$[F] \{\phi\}^T - n_{eff}^2 [M] \{\phi\}^T = 0,$$

onde $n_{eff} = \beta/k_0$ é índice efetivo, ou constante de propagação normalizada. As matrizes $[F]$ e $[M]$ podem ser escritas como:

$$[F] = \int_y \left(k_0^2 C \{N\}^T \{N\} + A \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right) dy,$$

$$[M] = k_0^2 \int_y B \{N\}^T \{N\} dy,$$

onde $k_0 = 2\pi/\lambda$ é o número de onda no espaço livre e λ é o comprimento de onda do sinal óptico. $\{N\}$ representa uma matriz linha com o conjunto completo de funções de base do elemento finito e o sobrescrito T representa a matriz transposta.

O elemento finito tipo linha de primeira ordem possui dois pontos nodais e duas funções de base (N_1 e N_2)



As funções de base têm a forma:

$$N_1 = \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1}, \quad N_2 = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}.$$

Na representação matricial:

$$\{N\} = [N_1 \ N_2], \quad \{N\}^T = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix}.$$

IV. SOFTWARE DE ANÁLISE NUMÉRICA DE GUIAS ÓPTICOS PLANARES

Uma implementação computacional do MEF, visando o projeto e análise numérica de guias ópticos planares, foi desenvolvida no Instituto de Estudos Avançados (IEAv/CTA). O programa denominado GOP (**G**uias **Ó**pticos **P**lanares) permite considerar guias planares de três camadas dielétricas, anisotropias diagonais no

tensor de permissividade elétrica e meios materiais não-homogêneos. O programa GOP foi desenvolvido em ambiente de programação MATLAB e conta com interface gráfica simplificada para entrada de dados da simulação e campo para visualização gráfica de resultados. A utilização do programa não exige conhecimentos do método numérico (MEF) utilizado, bastando fornecer os dados físicos relacionados ao problema em estudo.

As rotinas do programa GOP permitem a geração automática da malha de elementos finitos unidimensionais de primeira ordem de aproximação, bem como, a execução iterativa com processo de refinamento auto-adaptativo da malha. Para o processo de refinamento auto-adaptativo são considerados os três primeiros possíveis modos de propagação no guia planar e o processo é interrompido quando o valor do índice efetivo (n_{eff}) atinge a estabilização, ou seja, variação inferior à sétima casa decimal.

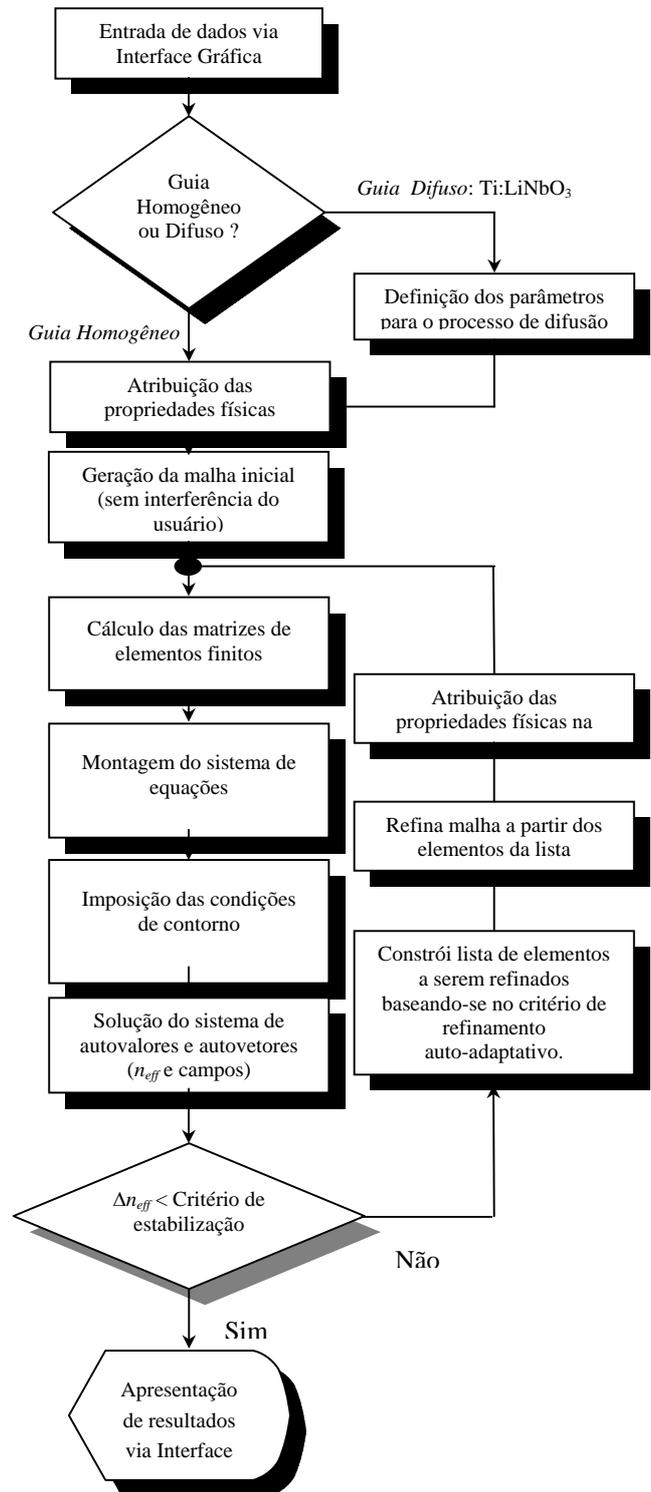


Fig.2 Fluxograma do programa GOP desenvolvido para a análise de guias ópticos planares.

A Fig. 2 apresenta o fluxograma do programa GOP, ressaltando as principais tarefas relacionadas ao cálculo dos modos de propagação no guia planar.

A interface gráfica do programa é apresentada na Fig. 3. A interface consiste de uma página de formulário que possibilita escolher os parâmetros necessários para a análise de guias planares homogêneos e não-homogêneos. Particularmente, no caso de guia não-homogêneo são considerados guias formados pela difusão de íons de Titânio (Ti) em substrato de Niobato de Lítio (LiNbO₃). Para a simulação de guias do tipo Ti:LiNbO₃ deve-se fornecer, via interface, alguns dos parâmetros de fabricação utilizados no processo de difusão, tais como: espessura do filme de Ti a ser difundido, temperatura de difusão e tempo de difusão, além de informar o comprimento da onda do sinal óptico a ser propagado no guia.

Na interface gráfica do programa GOP (Fig. 3), tem-se à esquerda o conjunto de campos de entrada de dados que permite definir o problema a ser estudado: definição do tipo do guia, comprimento de onda, espessura das camadas do guia planar e parâmetros do processo de difusão, se for o caso. Na região central, o formulário apresenta um conjunto de opções para a seleção do resultado a ser apresentado graficamente. Finalmente, na região direita, tem-se uma região específica para visualização gráfica de resultados. Neste campo gráfico, podem ser individualmente visualizados os perfis de campo óptico dos três primeiros modos guiados, o perfil de índice de refração ($n_x(y)$, $n_y(y)$ e $n_z(y)$), a distribuição de erros relativos utilizados no processo de refinamento auto-adaptativo da malha de elementos finitos, a variação do valor calculado para o índice efetivo (n_{eff}), em cada passo do refinamento, e o tempo gasto em cada iteração até a estabilização do resultado.

As Figs. 4a-4l apresentam um conjunto de soluções para o perfil de campo óptico do modo fundamental de propagação em guia planar difuso (Ti:LiNbO₃) em função do passo de refinamento auto-adaptativo da malha de elementos finitos. No início, a malha é gerada com quinze elementos finitos em cada uma das três camadas. Após doze iterações, neste exemplo, foram automaticamente gerados 3687 elementos finitos distribuídos adequadamente para aumentar a precisão do cálculo. O refinamento auto-adaptativo ocorre preferencialmente nas regiões da malha que apresentam maior variação do campo óptico.

A mudança de sinal nas amplitudes de campo apresentados nas Figs. 4a-4l não são importantes para a solução do problema, pois as amplitudes de campo são relativas e cada passo de iteração é um cálculo independente, de modo que o campo pode assumir qualquer sinal indistintamente. O que representa o problema físico, neste caso, é o perfil da distribuição do campo e o valor do índice efetivo da onda.

As Figs. 5a-5c apresentam o perfil do campo do segundo modo óptico guiado no guia planar, para o primeiro, sétimo e décimo segundo passos de refinamento auto-adaptativo da malha, respectivamente. Note que o segundo modo requer um refinamento de malha em regiões distintas das regiões de refinamento do modo fundamental. O programa GOP está preparado para refinar a malha considerando os possíveis três primeiros modos de propagação.

Para cada passo de iteração a malha conta com mais elementos finitos e a acurácia de cálculo aumenta. Conseqüentemente, os valores obtidos para o índice efetivo variam. O programa GOP avalia a variação do valor do índice efetivo dos últimos três passos de refinamento. Se a variação for inferior a 10^{-7} o processo iterativo é finalizado e os resultados ficam disponíveis para consulta pelo usuário.

Para validação dos resultados obtidos pelo programa GOP, foram estudados guias ópticos planares homogêneos, isotrópicos e simétricos que apresentam solução analítica exata. A comparação dos resultados mostrou que as diferenças entre os valores de índice efetivo são menores que 10^{-10} , o que demonstra a aplicabilidade do programa GOP ao cálculo de modos em guias planares.

V. CONCLUSÕES

Uma implementação do Método dos Elementos Finitos em uma dimensão foi apresentada para a análise modal de guias ópticos planares. O software de concepção simplificada mostrou-se de uso amigável e os resultados numéricos demonstraram sua acurácia. O software pode ser obtido livremente com os autores e será incluído como material de curso de pós-graduação do ITA[4].

AGRADECIMENTOS

À FAPESP (Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado de São Paulo) pela bolsa de Iniciação Científica de Marco A. Hidalgo Cunha (proc. 02/12344-1).

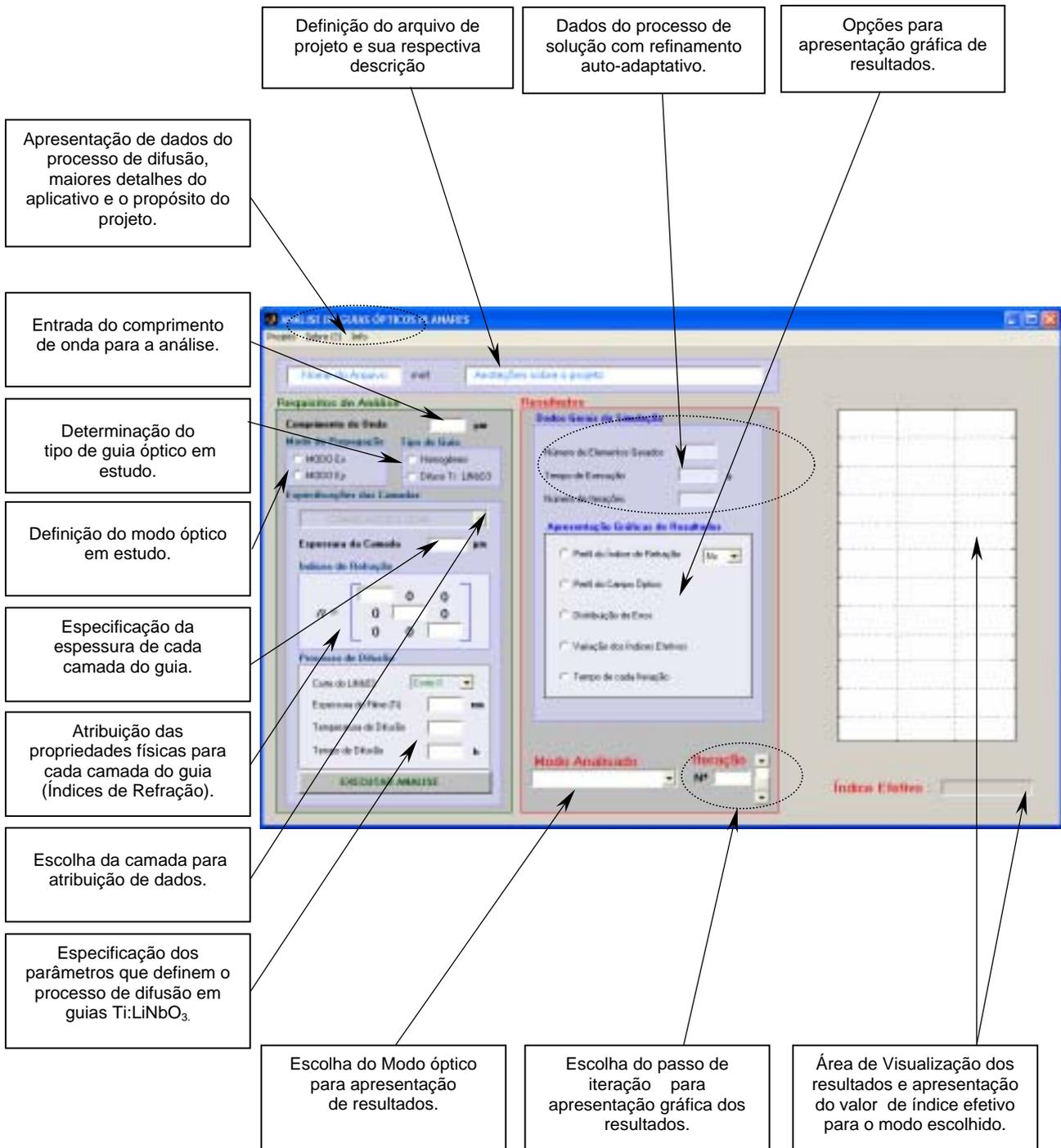


Fig. 3 Interface gráfica do programa GOP (Guias Ópticos Planares)

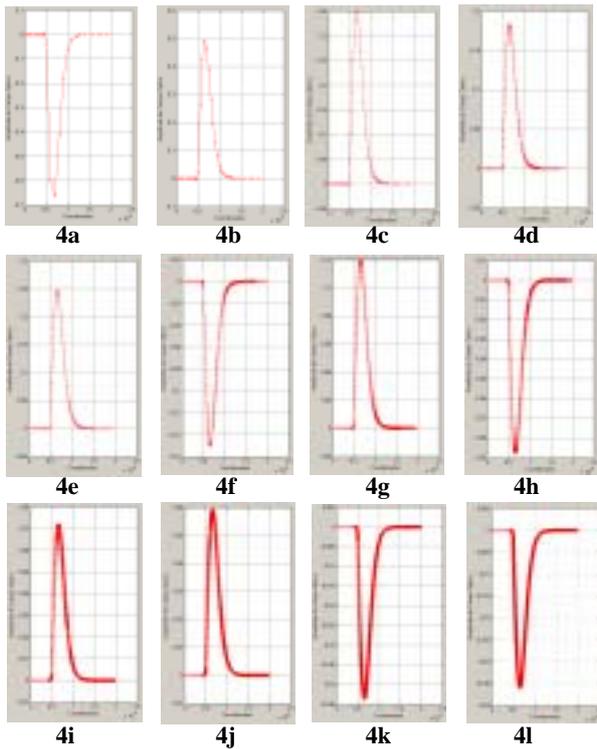


Fig. 4 Perfis de campo óptico para o modo fundamental de propagação em guia planar difuso (Ti:LiNbO_3). As Figs. 4a até 4l apresentam os perfis de campo calculados pelo programa GOP para cada um dos doze passos do processo de refinamento auto-adaptativo da malha de elementos finitos, respectivamente. As amplitudes são relativas e por este motivo o sinal do campo e seu valor máximo não são informações relevantes para comparação dos resultados.

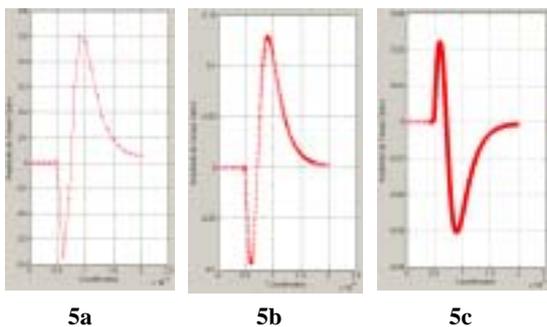


Fig. 5 Perfis de campo para o segundo modo óptico. As Figs. 5a, 5b e 5c apresentam os perfis de campo para o primeiro, sexto e décimo segundo passos do processo de refinamento auto-adaptativo, respectivamente.

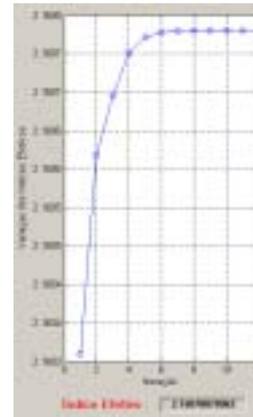


Fig. 6 Variação do valor do índice efetivo em função do passo de iteração do processo de refinamento auto-adaptativo da malha de elementos finitos.

REFERÊNCIAS

- [1] M.A.R. Franco, V.A. Serrão, A. Pássaro, N.M. Abe e F. Sircilli, "Análise Modal de Guias Ópticos Planares Não-Homogêneos e Anisotrópicos pelo Método dos Elementos Finitos", Anais do IV Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo – CBMag . Natal, 19 a 22 de novembro de 2000, 105-109.
- [2] M. Koshiya, *Optical Waveguide Theory by the Finite Element Method*, 1st edition, KTK Scientific Publishers, Tokyo, 1992.
- [2] M.A.R. Franco, A. Pássaro, F. Sircilli, J.R. Cardoso e J.M. Machado, "Modal Analysis of Anisotropic Diffused-Channel Waveguide by a Scalar Finite Element Method", IEEE Transaction on Magnetics, vol.34, No.5, 2783-2786, 1998.
- [3] M.A.R. Franco, A. Passaro, J.R.Cardoso e J.M.Machado, "Finite Element Analysis of Anisotropic Optical Waveguide with Arbitrary Index Profile", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 35, No.3, 1546-1549, 1999.
- [4] M.A.R. Franco, *Apostila do curso de pós-graduação do Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA. Curso: EC244 – "Análise de Guias de Microondas e Ópticos pelo Método dos Elementos Finitos"*