

GERAÇÃO ESTOCÁSTICA DE VAZÕES MENSIS PARA UMA BACIA HIDROLÓGICA NO JAPÃO

Alcigeimes Batista Celeste¹, Koichi Suzuki¹, Akihiro Kadota¹, Camilo Allyson Simões de Farias²

1 – Department of Civil and Environmental Engineering – Ehime University – 3 Bunkyo-cho – Matsuyama 790-8577 – Ehime – Japão – geimes@yahoo.com, ksuzuki@dpc.ehime-u.ac.jp, akado@dpc.ehime-u.ac.jp

2 – Departamento de Engenharia Civil – Universidade Federal de Campina Grande – Av. Aprígio Veloso, 882 – Campina Grande 58.109-970 – Paraíba – Brasil – camiloallyson@yahoo.com.br

Palavras-chave: Geração de vazões, Modelo de Thomas-Fiering, Previsão estocástica

Área do Conhecimento: III – Engenharias

O modelo estocástico de geração sintética de vazões de Thomas-Fiering é aplicado na determinação de descargas mensais para a bacia do reservatório que abastece a cidade de Matsuyama, no Japão. O modelo permite que a ciclicidade dos dados sazonais de vazões seja levada em consideração de maneira implícita. A implementação é feita no ambiente MATLAB. Vinte anos de dados históricos são usados para a determinação dos parâmetros do modelo e vinte novos anos de dados sintéticos são gerados. A comparação das estatísticas dos dados históricos e sintéticos mostram que o modelo de Thomas-Fiering consegue capturar muito bem as características da série histórica e incorporá-las nos valores gerados.

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento econômico sustentado de qualquer região é diretamente relacionado com a confiabilidade e o bom gerenciamento dos recursos hídricos. Em áreas com escassez de recursos e considerável crescimento populacional, o principal meio de se evitar a falta d'água é através de um manejo eficaz dos sistemas existentes.

A cidade de Matsuyama, no Japão, sofre periodicamente com problemas de carência de água. Matsuyama é a capital de Ehime, província que fica na parte norte da ilha de Shikoku, menor das quatro principais ilhas do arquipélago japonês. Há uma necessidade muito grande de um desenvolvimento e melhor gerenciamento dos recursos hídricos na região. Existem estudos sendo realizados com o objetivo de usar técnicas de otimização matemática para a melhor operação do reservatório que abastece a

cidade [1]. Essas técnicas freqüentemente necessitam de previsões dos valores futuros de vazões afluentes ao reservatório para determinar a sua melhor política de operação. A previsão de afluxos futuros é geralmente feita com a utilização de modelos estocásticos que geram valores sintéticos com as mesmas características estatísticas da série histórica de vazões.

Este trabalho tem como objetivo aplicar um modelo estocástico de geração sintética de vazões mensais para a bacia do reservatório que abastece a cidade de Matsuyama. Dentre os vários modelos existentes, foi escolhido o modelo de Thomas-Fiering [2,3], que faz parte do grupo de modelos de regressão estocástica e implicitamente lida com a não-estacionaridade dos dados sazonais de descargas.

Além de ser útil para gerar cenários de vazões para modelos de otimização, outras

aplicações desses modelos estocásticos são: simular o comportamento de um sistema de recursos hídricos que abstrai água do rio próximo ao local de medição; estimar enchentes para um certo período de retorno; etc.

DESCRIÇÃO DO MODELO DE THOMAS-FIERING

O modelo de Thomas-Fiering pode ser visto como um modelo não-estacionário autoregressivo de primeira ordem [4]. Modelos autoregressivos (AR) de primeira ordem, também chamados de modelos de Markov, são normalmente usados para descrever séries estacionárias, como por exemplo, séries anuais de vazões. Uma série é dita estacionária quando as leis probabilísticas que governam o processo não se alteram no tempo. Os modelos AR refletem adequadamente o fenômeno conhecido como persistência, ou dependência temporal, de acordo com o qual o escoamento no período atual é dependente da descarga no período anterior. O modelo AR de primeira ordem é dado pela seguinte expressão:

$$(X_t - \mu) = \alpha_1(X_{t-1} - \mu) + \xi_t \quad (1)$$

onde X_t representa o processo estocástico em questão (e.g., descarga anual); t é o índice de tempo (ano); μ é média do processo; e ξ_t é um processo independente. O modelo AR de primeira ordem descreve, dessa forma, que o valor da variável no período atual (X_t) depende do seu valor no período anterior (X_{t-1}). Essa dependência é medida pelo coeficiente de regressão α_1 . ξ_t representa um valor randômico independente adicionando a expressão.

Se tirarmos a esperança de ambos os lados da Eq. (1) obtemos:

$$E[(X_t - \mu)] = \alpha_1 E[(X_{t-1} - \mu)] + E[\xi_t]$$

$$0 = 0 + E[\xi_t]$$

$$E[\xi_t] = 0 \quad (2)$$

Elevando ambos os lados da Eq. (1) ao quadrado:

$$(X_t - \mu)^2 = \alpha_1^2 (X_{t-1} - \mu)^2 + \xi_t^2 + 2\alpha_1 \xi_t (X_{t-1} - \mu)$$

Agora, calculando a esperança da expressão acima em ambos os lados, temos:

$$\sigma_x^2 = \alpha_1^2 \sigma_x^2 + \sigma_\xi^2 + 0$$

já que ξ_t e X_{t-1} são independentes entre si. Portanto, a variância σ_ξ^2 do processo independente ξ_t é relacionada com a variância σ_x^2 do processo em consideração através da equação

$$\sigma_\xi^2 = \sigma_x^2 (1 - \alpha_1^2) \quad (3)$$

Assim, o processo independente ξ_t no modelo deve ter média zero e variância dada pela Eq. (3). Considerando-se um processo independente z_t com média zero e variância unitária e definindo-se

$$\xi_t = z_t \sigma_x \sqrt{(1 - \alpha_1^2)} \quad (4)$$

então ξ_t terá a variância requerida pela Eq. (3).

O parâmetro α_1 pode ser relacionado com o primeiro coeficiente de autocorrelação de X_t . O coeficiente de autocorrelação analisa a dependência linear existente entre a mesma variável em diferentes períodos. O primeiro coeficiente de autocorrelação é definido por:

$$\rho_1 = \frac{\text{Cov}[X_t, X_{t+1}]}{\text{Cov}[X_t, X_t]} = \frac{\text{Cov}(1)}{\text{Cov}(0)} \quad (5)$$

onde $\text{Cov}[]$ indica a covariância. Se multiplicarmos a expressão de um modelo AR de primeira ordem (1) por $(X_{t-1} - \mu)$ em ambos os lados e calcularmos a esperança

$$E[(X_t - \mu)(X_{t-1} - \mu)] = \alpha_1 E[(X_{t-1} - \mu)(X_{t-1} - \mu)] + E[(X_{t-1} - \mu)\xi_t]$$

$$\text{Cov}(1) = \alpha_1 \text{Cov}(0)$$

pois a esperança do último termo é zero já que X_{t-1} e ξ_t são independentes. Daí temos que

$$\alpha_1 = \frac{Cov(1)}{Cov(0)} = \rho_1 \quad (6)$$

Com isso o modelo AR de primeira ordem de uma série estacionária pode ser agora escrito como:

$$(X_t - \mu) = \rho_1(X_{t-1} - \mu) + z_t \sigma_x \sqrt{(1 - \rho_1^2)} \quad (7)$$

Qualquer série hidrológica observada em intervalos menores que um ano terá uma estrutura não-estacionária devido ao componente cíclico com período de um ano resultante do ciclo astronômico. Assim, os modelos sazonais têm que considerar essa não-estacionariedade. O modelo de Thomas-Fiering foi desenvolvido para permitir implicitamente a não-estacionariedade de dados sazonais. A forma geral do modelo é a seguinte:

$$X(i, j) = \mu_j + \frac{\rho_j \sigma_j}{\sigma_{j-1}} [X(i, j-1) - \mu_{j-1}] + z_t \sigma_j \sqrt{(1 - \rho_j^2)} \quad (8)$$

na qual $X(i, j)$ é a descarga na estação j do i -ésimo ano; μ_j e σ_j são a média e desvio padrão das vazões na estação j respectivamente dentro de um ciclo repetitivo de m estações; ρ_j é o coeficiente de correlação entre as vazões da estação j e $j-1$; e z_t é um processo normal de média zero e variância unitária $N(0,1)$. Se uma estação é um mês, $m = 12$, e assim por diante. Na prática, o modelo sazonal da Eq. (8) é usado substituindo-se os parâmetros populacionais por suas respectivas estimativas amostrais obtidas da série histórica de descargas:

$$x(i, j) = \bar{x}_j + \frac{r_j s_j}{s_{j-1}} [x(i, j-1) - \bar{x}_{j-1}] + z_t s_j \sqrt{(1 - r_j^2)} \quad (9)$$

No modelo de Thomas-Fiering podemos notar que a vazão em uma dada estação é dada pela soma de três termos: o primeiro é a vazão média da estação; o segundo é o componente de regressão com a vazão na estação anterior; e o terceiro é um

componente randômico que reflete a variância desejada.

MATERIAIS E MÉTODOS

Para a geração sintética de afluxos ao reservatório que abastece a cidade de Matsuyama, o modelo de Thomas-Fiering foi implementado na linguagem de programação do software MATLAB. Foram utilizados vinte anos de dados históricos de vazões para o cálculo das estatísticas amostrais da expressão (9).

Quando os valores de vazões seguem uma distribuição de probabilidades com alguma assimetria, o que é o caso de descargas sazonais, certas modificações precisam ser feitas no componente aleatório z_t para que a assimetria verificada na amostra seja preservada nos valores sintéticos a serem gerados.

Analisando-se o histograma dos vinte anos de dados de vazões históricas (Fig. 2a) verificou-se que os mesmos seguem uma distribuição assimétrica. Para se determinar a função de distribuição que poderia representar melhor esses dados, o coeficiente de assimetria da amostra foi comparado com os das distribuições Gamma e Log-Normal, como mostrado na Tabela 1. Como o coeficiente da amostra foi mais próximo do da distribuição Gamma, optou-se por essa para o componente aleatório z_t .

Tabela 1. Coeficientes de assimetria.

Amostra	Gamma	Log-Normal
3,77	3,59	10,94

Quando as descargas seguem a distribuição Gamma, o componente z_t deve ser substituído por ξ_t dado abaixo:

$$\xi_t = \frac{2}{\hat{g}_j} \left[1 + \frac{\hat{g}_j z_t}{6} - \frac{\hat{g}_j^2}{36} \right]^3 - \frac{2}{\hat{g}_j} \quad (10)$$

onde z_t é um $N(0,1)$, como usual, e \hat{g}_j é chamado de coeficiente de assimetria modificado dado por

$$\hat{g}_j = \frac{g_j - r_j^3 g_{j-1}}{(1 - r_j^2)^{1.5}} \quad (11)$$

em que g_j é o coeficiente de assimetria dos dados de vazões observados.

A Tabela 2 mostra os parâmetros das expressões (9) e (10) calculados com o uso dos dados históricos de vazões (m^3/s).

Tabela 2. Parâmetros mensais calculados.

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
\bar{x}	6,25	8,41	10,17	12,89	16,88	58,23	102,14	35,51	39,95	20,48	11,89	9,72
r	0,10	0,54	0,50	-0,02	0,37	-0,16	0,11	0,74	0,76	0,04	0,08	0,73
s	5,70	7,30	6,83	8,70	16,12	50,16	109,77	59,73	48,44	24,96	11,74	10,46
\hat{g}	1,34	0,68	1,54	0,86	1,58	0,68	1,14	4,57	1,26	2,41	1,45	2,63

RESULTADOS

Com os dados da Tabela 2 foram gerados vinte novos anos de vazões sintéticas. As estatísticas de média, coeficiente de assimetria e desvio padrão em cada mês dos valores sintéticos foram comparados com os parâmetros correspondentes da série histórica. Para cada ano da série sintética foram usados diferentes números de processos independentes z_t : um único processo (e dessa forma uma única série gerada para o dado ano), dez processos, ou cem processos. A Tabela 3 mostra os resultados obtidos.

Tabela 3. Comparação das estatísticas mensais e anuais das séries histórica e sintéticas.

	Série Histórica			Série Sintética (um processo independente)			Série Sintética (dez processos independentes)			Série Sintética (cem processos independentes)		
	Média	Desvio Padrão	Coef. de Assimetria	Média	Desvio Padrão	Coef. de Assimetria	Média	Desvio Padrão	Coef. de Assimetria	Média	Desvio Padrão	Coef. de Assimetria
Jan	6,2	5,7	1,7	8,4	5,9	1,0	6,6	5,9	1,2	6,3	5,7	1,6
Fev	8,4	7,3	0,8	9,9	6,8	0,6	9,8	7,1	0,8	8,4	6,9	0,9
Mar	10,2	6,8	1,4	12,5	6,4	1,1	10,9	7,0	0,8	10,2	7,0	1,3
Abr	12,9	8,7	1,1	12,1	9,8	1,5	12,9	9,3	1,1	13,0	8,8	0,9
Mai	16,9	16,1	1,6	16,3	15,3	1,1	16,9	15,5	1,7	16,5	14,9	1,3
Jun	58,2	50,2	0,8	55,5	51,1	0,7	59,7	50,4	1,0	60,2	48,3	1,0
Jul	102,1	109,8	1,4	122,7	104,3	1,0	106,9	113,3	1,8	107,7	103,9	1,3
Ago	35,5	59,7	2,4	58,3	48,8	0,9	36,9	48,4	2,0	41,4	56,3	2,5
Set	39,9	48,4	1,5	49,5	42,8	0,7	36,4	38,1	1,2	43,9	45,9	1,6
Out	20,5	25,0	3,0	14,8	20,4	1,8	19,1	23,9	3,4	20,8	25,4	2,5
Nov	11,9	11,7	1,8	11,2	8,9	0,9	13,1	11,4	1,2	11,7	11,0	1,6
Dez	9,7	10,5	1,8	9,9	12,7	2,2	10,6	9,0	1,2	10,0	10,3	1,8
Anual	27,7	49,7	3,8	31,8	50,8	3,2	28,3	49,8	4,6	29,2	49,7	3,8

A Figura 1 mostra os gráficos de comparação entre médias e desvios padrões das séries histórica e sintéticas (com cem processos independentes) apresentados na Tabela 3. Os histogramas das séries sintéticas de acordo com os vários números de processos independentes são mostrados na Figura 2.

CONCLUSÕES

Neste estudo, o modelo estocástico de Thomas-Fiering foi aplicado para a geração sintética de afluxos mensais ao reservatório que abastece a cidade japonesa de Matsuyama. A principal característica do modelo é permitir implicitamente que os dados não-estacionários de descargas mensais sejam usados. A partir dos resultados obtidos com o uso de vinte anos de dados históricos para o cálculo dos parâmetros do modelo, pode-se notar que as estatísticas (média, desvio padrão e

coeficiente de assimetria) dos dados sintéticos ficaram bem próximas das suas correspondentes históricas. Além disso, o histograma da série histórica também foi semelhante ao das várias séries sintéticas. Isso significa que o modelo de Thomas-Fiering conseguiu incorporar as características estatísticas da série histórica nos valores gerados. Dessa forma, pode-se dizer que o modelo é adequado para ser usado na geração de cenários de vazões a serem utilizados nos estudos de otimização da operação do reservatório de Matsuyama.

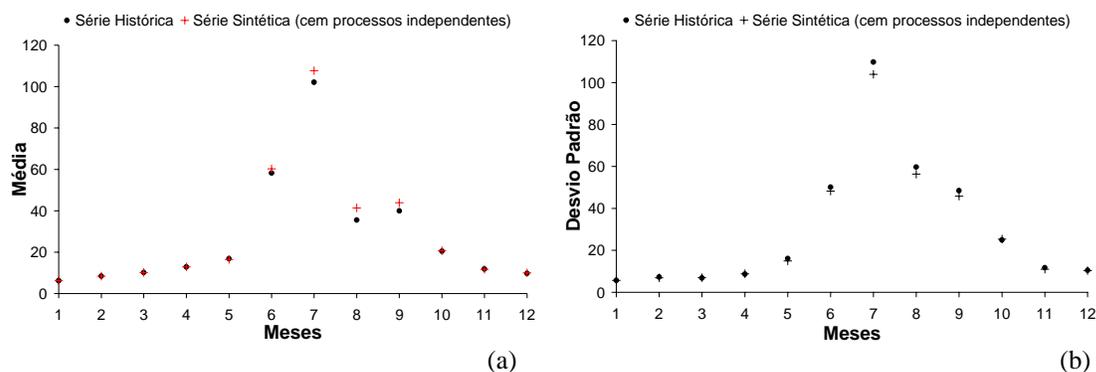


Figura 1. Comparação entre (a) médias e (b) desvios padrões das séries histórica e sintéticas (com cem processos independentes).

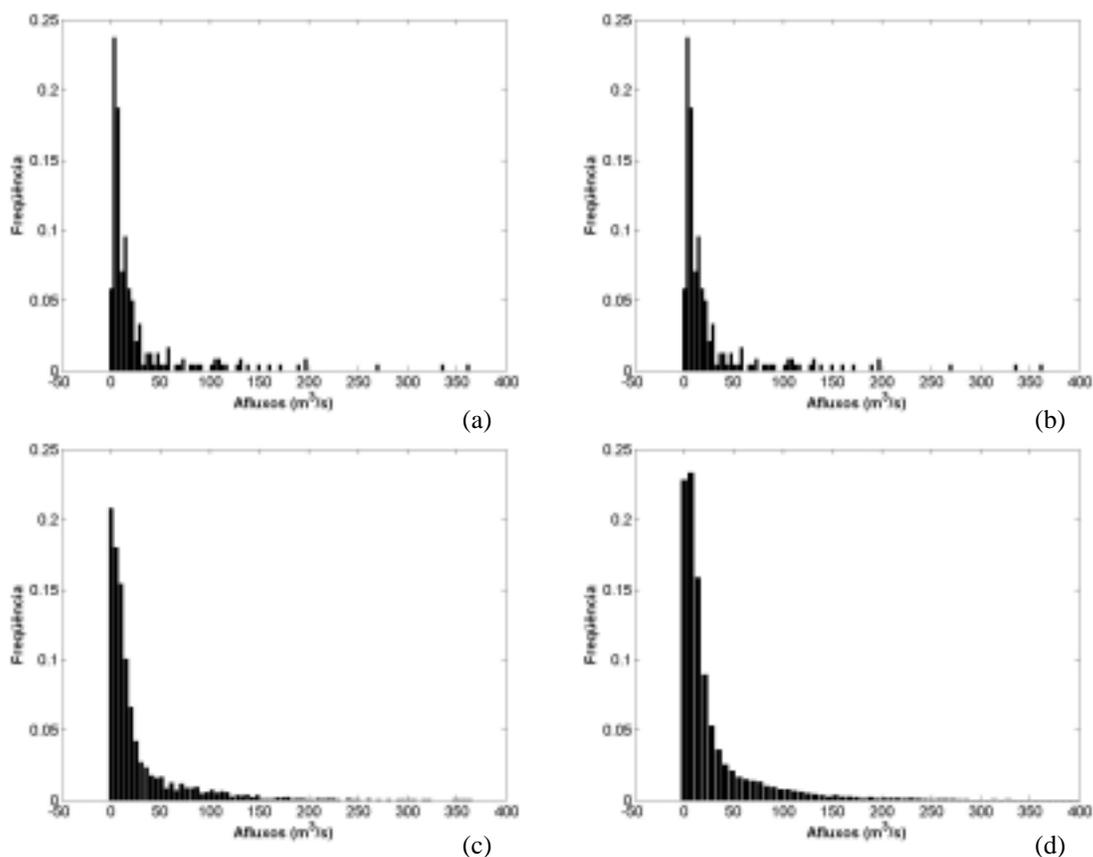


Figura 2. Histogramas das séries histórica (a) e sintéticas de acordo com os vários números de processos independentes: (b) um processo, (c) dez processos, (d) cem processos.

REFERÊNCIAS

- [1] CELESTE, A. B., ISHIKAWA, T., KADOTA, A. & SUZUKI, K (2003). "Operation of Ishitegawa Dam by Mathematical Programming". *9th JSCE Congress of Civil Engineering - Shikoku Division*, Takamatsu, Japan, 111-112.
- [2] THOMAS, H. A., & FIERING, M. B. (1962). Mathematical synthesis of stream-flow sequences for the analysis of river basins by simulation. in: A. Maass et al. (ed) *Design of Water Resource Systems*. Harvard Univ. Press, Cambridge, Massachusetts, 459–493.
- [3] FIERING, M. B. (1967). *Streamflow Synthesis*. Harvard Univ. Press, Cambridge, Massachusetts.
- [4] REDDY, P. J. (1987). *Stochastic Hydrology*. Laxmi Publications, Delhi.