

## O PROBLEMA DA DIETA E A APLICABILIDADE DA PESQUISA OPERACIONAL: RESULTADOS PRELIMINARES XX INIC / XVI EPG / VI INID - UNIVAP 2016

***Edilaine Barbosa do Amaral<sup>1</sup>, Geisibel Ramos de Almeida<sup>2</sup>, Maria Teodora Ferreira<sup>3</sup>***

<sup>1</sup>Faculdade Bilac, R. Francisco Paes, nº 84, São José dos Campos, SP, iredilainepmmi@gmail.com

<sup>2</sup>Faculdade Bilac, R. Francisco Paes, nº 84, São José dos Campos, SP, geisibel.03@gmail.com

<sup>3</sup>Faculdade Bilac, R. Francisco Paes, nº 84, São José dos Campos, SP, maria.ferreira@bilac.com.br

<sup>3</sup>Univap, Praça Cândido Dias Castejón, nº 116, São José dos Campos, SP, mariateodora@univap.br

**Resumo** – A Pesquisa Operacional (PO) pode ser utilizada para resolver problemas como, por exemplo: alocação de serviços ou recursos, maximização de lucros, minimização de gastos, os quais são problemas encontrados no cotidiano. Para resolver este tipo de problema podem-se usar técnicas de Programação Linear (PL), sendo que a solução de um Problema de Programação Linear (PPL) pode ser obtida utilizando o método simplex. Neste trabalho apresenta-se um estudo de minimização de custos em que uma dieta deve ser realizada segundo informações de um nutricionista, sendo que o paciente tem como objetivo obter uma dieta saudável e que esteja dentro de seu orçamento financeiro.

**Palavras-chave:** Dieta, Pesquisa Operacional, Problema de Programação Linear, Método Simplex.

**Área do Conhecimento:** Ciências Exatas e da Terra / Ciência da Computação.

### Introdução

A Pesquisa Operacional (PO) surgiu quando pesquisadores de diversas áreas reuniram-se para tentar solucionar problemas de estratégia e de tática associados com a defesa de seu país. Este tipo de estudo tinha como objetivo tomar decisões com relação à utilização eficiente de recursos militares que, durante a Segunda Guerra Mundial, eram limitados.

A Pesquisa Operacional pode ser entendida como um método científico de tomada de decisão a qual baseia-se em um conjunto de ferramentas desenvolvidas em caráter multidisciplinar e que, fundamentalmente, são modelos artificiais de problemas do cotidiano, conforme exposto em Lachtermacher (2009).

Um dos tipos de problemas que a pesquisa operacional trata é o conhecido Problema de Programação Linear (PPL). O PPL é um problema matemático composto por variáveis de decisão e parâmetros, uma função objetivo e as restrições associadas ao problema.

O método simplex é um dos métodos que pode ser utilizado para resolver um PPL, para mais detalhes veja em Lachtermacher (2009).

Neste trabalho apresenta-se um problema de programação linear envolvendo uma dieta, no qual o objetivo é minimizar o custo e proporcionar uma alimentação saudável.

### Metodologia

Um Problema de Programação Linear (PPL) refere-se a um problema de programação matemática cujo modelo segue uma estrutura padrão composta por uma função objetivo, um critério de otimização (maximizar ou minimizar) e um conjunto de restrições. Neste tipo de problema a função objetivo e as restrições são lineares, conforme apresentado em Andrade (2008).

Para modelar um PPL, inicialmente deve ser definido o objetivo básico do problema, ou seja, o critério de otimização a ser alcançado. O objetivo será representado por uma função objetivo, a ser maximizada ou minimizada. Para que esta função objetivo seja matematicamente especificada, devem ser definidas as variáveis de decisão e os parâmetros envolvidos no problema. Estas variáveis normalmente estão sujeitas a uma série de restrições, normalmente representadas por inequações.

Segundo Raiffa (1977), o objetivo de um PPL é encontrar os valores das variáveis de decisão, denotadas por  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , de forma a otimizar a função objetivo, denotada por  $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ . A função  $Z$  está sujeita às seguintes restrições:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\sim b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\sim b_2 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\sim b_m \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0, \end{aligned}$$

em que o operador  $\sim$  podem ser do tipo:  $<, \leq, >, \geq, =$ .

Qualquer especificação de valores para as variáveis de decisão ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) é chamada solução, independente dela ser desejável ou até mesmo ser uma opção admissível.

Uma técnica utilizada para encontrar a solução viável é o método simplex. O método simplex é um procedimento algébrico e iterativo que fornece a solução exata de qualquer PPL em um número finito de iterações, para detalhes veja em Erlich (1985).

Com o objetivo de encontrar a solução ótima, ou seja, uma solução viável que tem o valor mais favorável da função-objetivo, podendo ser única ou não, pode-se utilizar a ferramenta Solver, a qual executa o algoritmo baseado no método simplex.

Nem todos os PPLs estão em sua forma padrão, para maiores detalhes veja em Lachtermacher (2009) e Shamblin (1985). A solução ótima obtida pela ferramenta Solver pode ser encontrada usando o PPL na forma padrão ou na forma não padrão, sem interferência do resultado final, como pode ser visto na Figura 1 e na Figura 5, expostas na Seção de Resultados.

## Resultados

A aplicação apresentada teve como base os estudos desenvolvidos por Silva et al. (2015), sendo que as informações nutricionais e os preços foram atualizados tendo como referência os sites: <http://www.tabelanutricional.com.br> e <http://busca.deliveryextra.com.br>, ambos acessados em 9 agosto de 2016.

O PPL estudado tem como objetivo minimizar o gasto com os alimentos arroz, ovos, leite e feijão, na dieta de uma determinada pessoa, com o objetivo de trazer um equilíbrio na alimentação da mesma, e para que não ocorra desperdício de nenhum alimento.

Observando a Tabela 1 é possível identificar a quantidade que cada alimento pode produzir de energia, proteína e cálcio, e seu respectivo preço em centavos.

Tabela 1- Alimento e suas respectivas informações nutricionais e seu respectivo preço.

Alimento	Tamanho da porção	Energia (kcal)	Proteína (g)	Cálcio (mg)	Preço p/ porção (Centavos)
Arroz	100g	128,3	2,5	3,5	0,45
Ovos	1un	70,875	5,76	10,5	0,65
Leite	237ml	120	3,4	125	0,85
Feijão	100g	76	4,8	29	1,49

Fonte: Adaptado de Silva et al. (2015).

Segundo as informações de um nutricionista, a quantidade ideal de consumo dos nutrientes é de no mínimo 2000 kcal de energia, 65g de proteínas e 800mg de cálcio que devem ser consumidas diariamente para obter os nutrientes necessários para o dia-a-dia de uma pessoa.

Com o objetivo de modelar este PPL, primeiramente é necessário destacar quais são as variáveis de decisão envolvidas no problema. De acordo com o problema é possível destacar as seguintes variáveis de decisão: quantidade de arroz, quantidade de ovos, quantidade de leite e a quantidade de feijão. As variáveis de decisão são denotadas por:  $x_1$  = quantidade de arroz,  $x_2$  = quantidade de ovos,  $x_3$  = quantidade de leite e  $x_4$  = quantidade de feijão.

O segundo passo é construir a função objetivo, denotada pela letra  $Z$ , a qual é dada pela quantidade de alimento e seus respectivos preços em centavos, representado por:  $Z = 0,45x_1 + 0,65x_2 + 0,85x_3 + 1,49x_4$ .

De acordo com a aplicação, o critério de otimização é o de minimização, visto que se quer minimizar os gastos na compra dos alimentos, ou seja, minimizar  $Z$ .

Note que as restrições são do tipo maior ou igual ( $\geq$ ), ou seja, são dadas por condições que não podem ser ultrapassadas. Como o nutricionista solicitou ao paciente, ele deve consumir no mínimo 2000 kcal de energia, lembrando que possui quatro variáveis e que cada uma delas possui um valor diferente sendo ele menor ou maior de acordo com o alimento.

Como pode ser visto na Tabela 1, verifica-se que para a informação da energia tem-se :  $x_1 = 128,3$ ,  $x_2 = 70,875$ ,  $x_3 = 120$  e  $x_4 = 76$ , obtendo-se a seguinte restrição:  $128,3x_1 + 70,875x_2 + 120x_3 + 76x_4 \geq 2000$ . Com relação ao consumo de proteína, a mesma não pode ser menor que 65g, e para cada alimento tem-se o valor  $x_1 = 2,5$ ,  $x_2 = 5,76$ ,  $x_3 = 3,4$  e  $x_4 = 4,8$ , obtendo-se então a seguinte restrição para a proteína:  $2,5x_1 + 5,76x_2 + 3,4x_3 + 4,8x_4 \geq 65$ . Considerando o cálcio tem-se as restrições pré-definidas:  $x_1 = 3,5$ ,  $x_2 = 10,5$ ,  $x_3 = 125$  e  $x_4 = 29$ , obtendo a restrição:  $3,5x_1 + 10,5x_2 + 125x_3 + 29x_4 \geq 800$ . Note que as variáveis de decisão são as quantidades dos alimentos, os quais não podem assumir valores negativos, sendo necessário considerar as restrições de não-negatividade dadas por:  $x_1, x_2, x_3$  e  $x_4 \geq 0$ .

O PPL final que minimiza os gastos é então dado por:

$$\text{Minimizar } Z = 0,45x_1 + 0,65x_2 + 0,85 + 1,49x_4$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} 128,3x_1 + 70,875x_2 + 120x_3 + 76x_4 &\geq 2000 \\ 2,5x_1 + 5,76x_2 + 3,4x_3 + 4,8x_4 &\geq 65 \\ 3,5x_1 + 10,5x_2 + 125x_3 + 29x_4 &\geq 800 \\ x_1, x_2, x_3 \text{ e } x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Este PPL não se encontra em sua forma padrão, pois a função objetivo está na forma de minimização e as restrições do modelo são do tipo maior ou igual ( $\geq$ ).

Este PPL na forma padrão é dado por:

$$\text{Maximizar } Z = -0,45x_1 - 0,65x_2 - 0,85x_3 - 1,49x_4$$

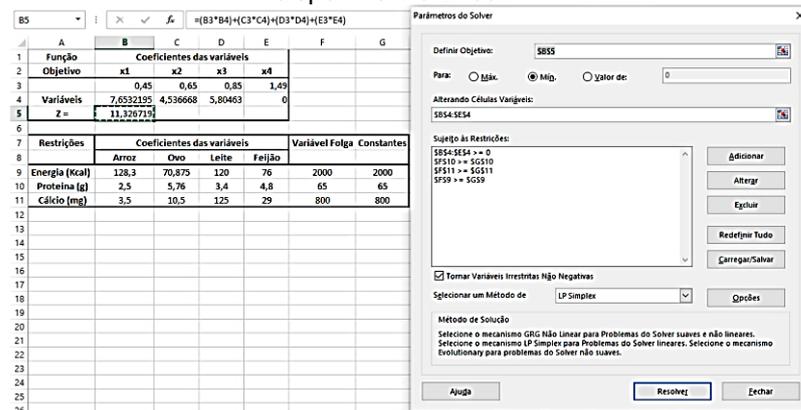
Sujeito a:

$$\begin{aligned} 128,3x_1 + 70,875x_2 + 120x_3 + 76x_4 &\leq 2000 \\ 2,5x_1 + 5,76x_2 + 3,4x_3 + 4,8x_4 &\leq 65 \\ 3,5x_1 + 10,5x_2 + 125x_3 + 29x_4 &\leq 800 \\ x_1, x_2, x_3 \text{ e } x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Após a modelagem do PPL, o próximo passo é obter a solução ótima. Afim de encontrar esta solução, neste artigo propõem-se a utilização da ferramenta Solver disponível no Excel do pacote Office.

A Figura 1 apresenta a montagem, execução e resultado do PPL, na forma não padrão, na ferramenta Solver disponível no Excel. Ao observar os resultados, mostrados na Figura 1, é identificado que a alimentação não será saudável, pois na linha das variáveis de decisão (linha 4) a pessoa irá consumir o equivalente a 4 ovos e meio ( $x_2 = 4,53$ ) e não irá consumir feijão ( $x_4 = 0$ ).

Figura 1- Montagem, execução e resultado do PPL, na forma não padrão, na ferramenta Solver disponível no Excel.



Dessa forma o problema acima sugere a inserção de uma nova restrição com o objetivo de equilibrar a dieta. Logo, serão adicionadas as restrições no consumo de ovos e de feijão, sendo elas  $x_2 \geq 1$  e  $x_4 \geq 4,5$ .

Após adicionar essas novas restrições a modelagem do PPL na ferramenta Solver pode ser vista na Figura 2.

Figura 2- Montagem, execução e resultado do PPL, na forma não padrão, considerando as novas restrições, na ferramenta Solver disponível no Excel.

Função	Coeficientes das variáveis			
Objetivo	x1	x2	x3	x4
	0,45	0,65	0,85	1,49
Variáveis	7,49	1	5,04	4,50
Z =	15,2081			

Restrições	Coeficientes das variáveis				Variável	Folga	Constantes
	Arroz	Ovo	Leite	Feijão			
Energia (Kcal)	128,3	70,875	120	76	2000	2000	
Proteína (g)	2,5	5,76	3,4	4,8	65	65	
Cálcio (mg)	3,5	10,5	125	29	800	800	
Ovo		1			1,31	1	
Feijão				1	4,5	4,5	

Note na Figura 2 que os valores obtidos com a adição das novas restrições traz um equilíbrio na alimentação e o valor correspondente da função objetivo Z é equivalente a R\$ 15,20 reais. Assim os valores nos campos das variáveis (linha 4) é correspondente a quantidade multiplicada pelo tamanho da porção na Tabela 1. Dessa forma:

- $x_1$ : quantidade de arroz:  $7,49g \times 100g = 749g$ .
- $x_2$ : quantidade de ovo: 1 unidade.
- $x_3$ : quantidade de leite:  $5,04 ml \times 237ml = 1194.48 ml$ .
- $x_4$ : quantidade de feijão:  $4,50 \times 100g = 450g$ .

A ferramenta Solver também disponibiliza relatórios que podem ser usados para chegar ao melhor valor da função objetivo, conforme pode ser visto na Figuras 3 e 4.

Figura 3- Resultados do PPL, na forma não padrão, usando a ferramenta Solver disponível no Excel.

Função	Coeficientes das variáveis			
Objetivo	x1	x2	x3	x4
	0,45	0,65	0,85	1,49
Variáveis	7,49	1	5,04	4,50
Z =	15,208			

Restrições	Coeficientes das variáveis				Variável	Constan	tes
	Arroz	Ovo	Leite	Feijão			
Energia (Kcal)	128,3	70,88	120	76	2000	2000	
Proteína (g)	2,5	5,76	3,4	4,8	65	65	
Cálcio (mg)	3,5	10,5	125	29	800	800	
Ovo		1			1,31	1	
Feijão				1	4,5	4,5	

O Solver disponibiliza o relatório de resposta, de sensibilidade e de limites, conforme pode ser visto na Figura 4.

A utilização da ferramenta Solver é de grande importância para resolver problemas de Programação Linear. Os relatórios disponíveis permitem visualizar até quanto é possível reduzir ou aumentar o valor das restrições e das variáveis de decisão, bem como apresenta o valor da função

objetivo e das variáveis de decisão. A utilização dos relatórios é fundamental para observar qual variável pode ser alterada para que seja possível encontrar a solução ótima do problema.

Figura 4- Relatório de resposta, sensibilidade e limites da resolução do PPL na forma não padrão.

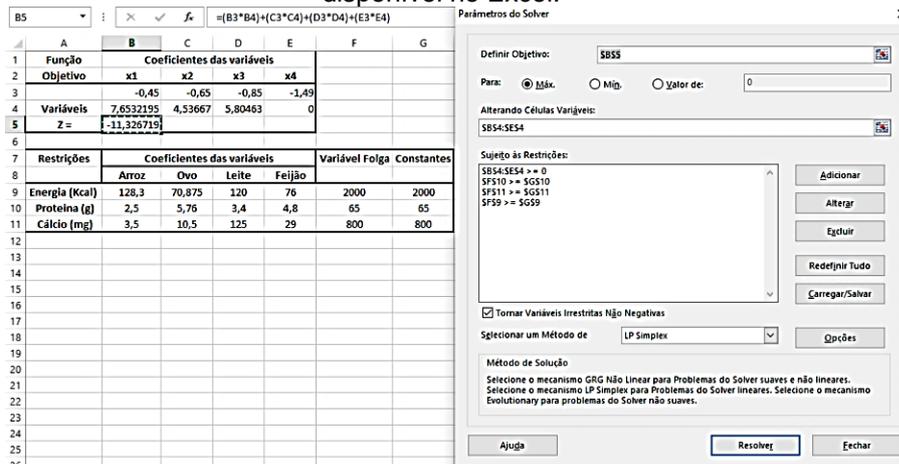
Microsoft Excel 15.0 Relatório de Respostas					
Planilha: [Artigo_PO_Unipav2016.xlsx]2 <sup>o</sup> com relatório					
Relatório Criado: 26/08/2016 20:44:05					
Resultado: O Solver encontrou uma solução. Todas as Restrições e condições de adequação foram satisfeitas.					
<b>Mecanismo do Solver</b>					
Mecanismo: LP Simplex					
Tempo da Solução: 0 Segundos					
Iterações: 5 Subproblemas: 0					
<b>Opções do Solver</b>					
Tempo Máx. Ilimitado, Iterações Ilimitado, Precisão 0,000001, Usar Escala Automática					
Subproblemas Máx. Ilimitado, Soluq. Máx. Núm. Ilimitado, Tolerância de Número Inteiro 1%, Assumir Não Negativo					
<b>Célula do Objeto (Mín.)</b>					
Célula	Nome	Valor Original	Valor Final		
\$B\$5	Z = x1	15,208	15,208		
<b>Células Variáveis</b>					
Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro	
\$B\$4	Variáveis x1	7,49	7,49	Conting.	
\$C\$4	Variáveis x2	1	1	Conting.	
\$D\$4	Variáveis x3	5,04	5,04	Conting.	
\$E\$4	Variáveis x4	4,50	4,50	Conting.	
<b>Restrições</b>					
Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	largem de Atraso
\$F\$10	Proteína (g) Variável Folga	65	=\$F\$10>=\$G\$1	Associação	0
\$F\$11	Cálcio (mg) Variável Folga	800	=\$F\$11>=\$G\$1	Associação	0
\$F\$12	Ovo Variável Folga	1,31	=\$F\$12>=\$G\$1	Não-associad	0,31
\$F\$13	Feijão Variável Folga	4,5	=\$F\$13>=\$G\$1	Associação	0
\$F\$9	Energia (Kcal) Variável Folga	2000	=\$F\$9>=\$G\$9	Associação	0
\$B\$4	Variáveis x1	7,49	=\$B\$4>=0	Não-associad	7,49
\$C\$4	Variáveis x2	1	=\$C\$4>=0	Não-associad	1
\$D\$4	Variáveis x3	5,04	=\$D\$4>=0	Não-associad	5,04
\$E\$4	Variáveis x4	4,50	=\$E\$4>=0	Não-associad	4,50

Microsoft Excel 15.0 Relatório de Sensibilidade						
Planilha: [Artigo_PO_Unipav2016.xlsx]2 <sup>o</sup> com relatório						
Relatório Criado: 26/08/2016 20:44:05						
<b>Células Variáveis</b>						
Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
\$B\$4	Variáveis x1	7,4876513	0	0,45	0,4140223	0,172032
\$C\$4	Variáveis x2	1,3121614	0	0,65	0,3916218	0,3712138
\$D\$4	Variáveis x3	5,0361242	0	0,85	5,0504974	0,3317842
\$E\$4	Variáveis x4	4,5	0	1,43	1E+30	0,8625183
<b>Restrições</b>						
Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
\$F\$10	Proteína (g) Variável Folga	65	0,0862438	65	66,233195	1,3436174
\$F\$11	Cálcio (mg) Variável Folga	800	0,002773	800	154,04452	602,56305
\$F\$12	Ovo Variável Folga	1,3121614	0	1	0,3121614	1E+30
\$F\$13	Feijão Variável Folga	4,5	0,8625189	4,5	0,4356406	4,5
\$F\$9	Energia (Kcal) Variável Folg.	2000	0,0017512	2000	63,80687	735,54126

Microsoft Excel 15.0 Relatório de Limites						
Planilha: [Artigo_PO_Unipav2016.xlsx]2 <sup>o</sup> com relatório						
Relatório Criado: 26/08/2016 20:44:05						
<b>Objetivo</b>						
Célula	Nome	Valor				
\$B\$5	Z = x1	15,208				
<b>Variável</b>						
Célula	Nome	Valor	Inferior Limite	Objetivo Resultado	Superior Limite	Objetivo Resultado
\$B\$4	Variáveis: x1	7,49	7,49	15,21	#N/D	#N/D
\$C\$4	Variáveis: x2	1	1	15	#N/D	#N/D
\$D\$4	Variáveis: x3	5,04	5,04	15,21	#N/D	#N/D
\$E\$4	Variáveis: x4	4,50	4,50	15,21	#N/D	#N/D

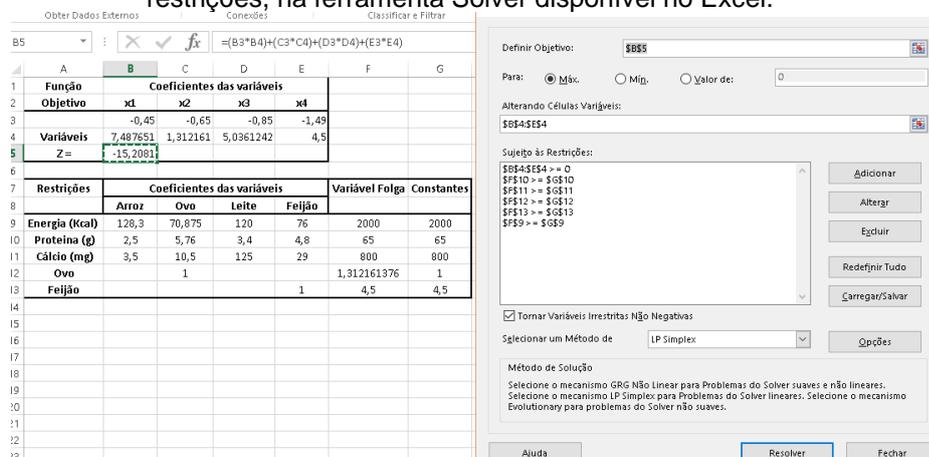
O problema da dieta também pode ser representado no PPL na forma padrão (maximizar). Como é apresentado na Figura 5, na qual ilustra a modelagem do PPL, na forma padrão, na ferramenta Solver, não contendo as restrições de ovo e feijão.

Figura 5- Montagem, execução e resultado do PPL, na forma padrão, na ferramenta Solver disponível no Excel.



A Figura 6 ilustra a modelagem do PPL, na forma padrão, já com o valor das novas restrições de ovo e feijão.

Figura 6- Montagem, execução e resultado do PPL, na forma padrão, considerando as novas restrições, na ferramenta Solver disponível no Excel.



Função	Coeficientes das variáveis					
Objetivo	x1	x2	x3	x4		
	-0,45	-0,65	-0,85	-1,49		
Variáveis	7,487651	1,312161	5,0361242	4,5		
Z =	-15,2081					

Restrições	Coeficientes das variáveis				Variável Folga	Constantes
	Arroz	Ovo	Leite	Feijão		
Energia (Kcal)	128,3	70,875	120	76	2000	2000
Proteína (g)	2,5	5,76	3,4	4,8	65	65
Cálcio (mg)	3,5	10,5	125	29	800	800
Ovo		1			1,312161376	1
Feijão				1	4,5	4,5

## Conclusão

No primeiro PPL apresentado é observado que apenas as restrições propostas pelo nutricionista não são satisfatórias para a saúde do paciente, devido a não distribuição dos alimentos adequadamente.

Após estudos nos relatórios gerados pela ferramenta Solver, foi proposta uma nova dieta acrescentada às restrições de ovo e feijão. A nova dieta é satisfatória tanto para a saúde do paciente quanto para obtenção da solução ótima. As alterações sugeridas possibilitaram atingir o objetivo de consumir todos os alimentos necessários como também obter o menor custo.

Neste trabalho, o PPL na forma padrão e não padrão foi resolvido utilizando a ferramenta Solver disponível no Excel.

Para trabalhos futuros deseja-se inserir novos elementos na dieta.

## Referências

ANDRADE, E.L. Introdução a Pesquisa Operacional. 3.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

ERLICH, P.J. Pesquisa Operacional – Curso Introdutório. 5.ed. São Paulo: Atlas, 1985.

LACHTERMACHER, G. Pesquisa Operacional na Tomada de decisões. 4.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

RAIFFA, H. Teoria de decisão. Petrópolis: Vozes, 1977.

SHAMBLIN, J.E; STEVENS Jr., G.T. Pesquisa Operacional uma abordagem básica. 1.ed. São Paulo: Atlas, 1985.

SILVA, A.C; ZANINI, D.L; ROBIATTI, E; MATOS, O.A. Resolução três problemas reais de programação linear, variando-se o sinal das inequações nas restrições. Anais do Sciencult, v.1, n.3 (1), 2015. Disponível em: <http://www.periodicos.uems.br/novo/index.php/anaispba/article/view/226/158>. ou <http://eventos.sistemas.uems.br/pagina/p/sciencult-midia/anais> Acesso em 8 out. 2015.