



# PROJETO DE MECANISMOS DE 4 BARRAS PARA OBTER UMA TRAJETÓRIA DESEJADA COM AUXÍLIO COMPUTACIONAL

Encontro Latino Americano

de Pós Graduação

# Alcir Donizete de Souza<sup>1</sup>, Carlos Sergio Pivetta<sup>2</sup>, Osvaldo Prado De Rezende<sup>3</sup> Ana Maria Fortes da Fonseca<sup>4</sup>, Roberto Grechi<sup>5</sup>, José Geraldo Trani Brandão<sup>6</sup>

<sup>1,2,3,4,5</sup>ETEP - Faculdade de Tecnologia de São José dos Campos/Escola de Engenharia, Av. Barão do Rio Branco, 882 – Jardim Esplanada CEP 12232-800, São José dos Campos - SP,<sup>1</sup>doni507@yahoo.com.br, <sup>2</sup>carlos.pivetta@etep.edu.br, <sup>3</sup>osvaldo.rezende@etep.edu.br, <sup>4</sup>anafortes.fonseca@gmail.com, <sup>5</sup>roberto.grechi@csa.edu.br

<sup>6</sup>UNESP- Universidade Estadual Paulista, Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333 – Bairro Pedregulho, 12516-410, Guaratinguetá – SP, <sup>6</sup>brandao@feg.unesp.br

**Resumo-** O projeto de mecanismos de 4 barras pode ser feito utilizando-se procedimentos gráficos ou analíticos. Os pontos de interesse dos mecanismos articulados podem gerar trajetórias circulares, retilíneas ou curvilíneas. As dimensões das barras e o tipo de mecanismo determinam estas trajetórias. Para um deslocamento retilíneo ou circular a solução torna-se mais simples, visto que há métodos tradicionais que permitem obter o mecanismo adequado. Quando se deseja obter uma trajetória específica de um ponto de interesse do mecanismo, não contemplada por procedimentos de síntese mais comuns utilizados na engenharia, a solução torna-se mais difícil. Neste trabalho é apresentada uma rotina analítica e iterativa de projeto a qual utiliza a equação de Freudenstein, o método dos mínimos quadrados e o MS Excel para se obter o mecanismo que atenda uma trajetória definida por um número de posições desejadas de um ponto de interesse. Os resultados deste trabalho demonstraram que, nos casos estudados, as trajetórias desejadas e as obtidas são bem aproximadas.

**Palavras-chave:** Síntese de trajetória para mecanismos de 4 barras; Projeto de mecanismos de 4 barras; Síntese de mecanismos para curva acopladora.

# Área do Conhecimento: Engenharia Mecânica

# Introdução

Um sistema mecânico resulta da associação de subsistemas estruturais e mecânicos, para atender o objetivo de transmitir esforços e movimentos. Estes sistemas podem ser definidos como um conjunto de corpos rígidos ou flexíveis, interligados por juntas cinemáticas e movidos por forças e momentos.

Ao projetar um mecanismo de 4 barras, quando se deseja um deslocamento retilíneo ou circular, a solução torna-se mais fácil, visto que há métodos tradicionais que permitem obter o mecanismo adequado. Quando se deseja obter uma trajetória estabelecida de pontos específicos do mecanismo, que não seja contemplada com os procedimentos tradicionais existentes, a solução torna-se mais difícil de ser conseguida.

Síntese ou projeto de um mecanismo tem como objetivo determinar as dimensões das barras que o compõem de forma a alcançar posições específicas no funcionamento (NORTON, 1999).

O objetivo deste trabalho é estudar, analisar e descrever de forma didática o procedimento iterativo de Freudenstein, proporcionando facilidade para projetar mecanismos de 4 barras que gerem trajetórias desejadas. Este trabalho foi motivado pelo interesse em utilizar o método de síntese existente na literatura para obter uma trajetória desejada. Foi realizada uma análise sobre a publicação de Soni (1974), visando determinar uma rotina bem definida e adaptável a uma ferramenta computacional para elaborar o projeto de mecanismos de 4 barras gerando uma trajetória desejada de uma forma rápida e precisa a partir das coordenadas de cada ponto e das posições angulares da barra de entrada estabelecidas.

# Metodologia

No projeto de um mecanismo por meio de síntese é necessário se atentar quanto à precisão desejada, pois nem sempre é possível obter a trajetória para a qual o mecanismo foi projetado, e sim uma trajetória aproximada gerando assim o conhecido erro estrutural (MABIE & REINHOLTZ, 1987). Existem também erros gerados na fabricação dos mecanismos, resultantes das tolerâncias dos comprimentos das barras e das folgas dos pontos de articulação, conhecidos como erro mecânico (PIVETTA et al., 2009).

Os procedimentos gráficos tiveram grande importância, talvez pelo fato que os mecanismos





Encontro Latino Americano de Iniciação Científica Júnior

(6)

fossem projetados através de tentativa e erro. Este método não permite alta precisão nos resultados, principalmente se executados manualmente. Além disto, têm limitações técnicas tais como dificuldades nos traçados e definição de escala conveniente.

Com o contínuo desenvolvimento da síntese vários métodos analíticos foram introduzidos (MABIE & OCVIRK, 1980), dentre eles o uso da Equação de Freudenstein (UICKER, PENNOCK & SHIGLEY, 2003). A Equação de Freudenstein foi obtida utilizando-se o mecanismo de 4 barras considerando as barras como vetores. A Figura 1 ilustra o mecanismo de 4 barras com suas respectivas denominações em que a Equação de Freudenstein foi deduzida.



Figura 1 - Representação das variáveis dimensionais (SONI, 1974).

Ao se verificar a relação entre as barras podese deduzir a Equação de Freudenstein resultando na Equação 1, a qual é determinada pela somatória dos vetores posição que representam cada barra, iniciando pelo ponto M.

$$\mathbf{d} + \mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c} = \mathbf{0} \tag{1}$$

Observa-se que:

 $d = a \cos \theta_2 + b \cos \theta_3 - c \cos \theta_4$  (2)

a sen 
$$\theta_2$$
 + b sen  $\theta_3$  - c sen  $\theta_4 = 0$  (3)

É necessário eliminar o ângulo  $\theta_3$ . Para isto, pode-se utilizar a relação fundamental da trigonometria sen<sup>2</sup> x + cos<sup>2</sup> x = 1. A Equação de Freudenstein pode ser escrita conforme a Equação 4.

$$k_{1} \cos \theta_{4i} + k_{2} \cos \theta_{2i} + k_{3} = \cos (\theta_{2i} - \theta_{4i})$$
(4)

As Equações 5, 6 e 7 são utilizadas para estabelecer a relação dos valores de  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  com os comprimentos das barras do mecanismo.

$$k_1 = d / a$$
 (5)

$$k_2 = d / c$$

$$k_3 = (a^2 - b^2 + c^2 + d^2) / (2 a c)$$
 (7)

A Equação 5, é geralmente utilizada para a síntese analítica de mecanismos de 4 barras quando se desejam 3 deslocamentos (4 fases) definidos pelas posições angulares das barras de entrada e de saída especificados pelos ângulos  $\theta_{2i} = \theta_{4i}$ . A solução é feita substituindo-se os respectivos ângulos  $\theta_{2i} = \theta_{4i}$  de cada fase do mecanismo na Equação 5, obtendo-se um sistema de 3 equações com as 3 incógnitas  $k_1$ ,  $k_2 e k_3$ . Ao resolver o sistema e estabelecer um valor para a barra "a" e utilizar as Equações 5, 6 e 7 obtêm-se os valores de "d", "c" e "b".

A Figura 2 ilustra as variáveis do mecanismo de 4 barras utilizado por Soni (1974).



Figura 2 – Mecanismo de 4 barras (SONI, 1974).

Os segmentos geométricos da Figura 2 são definidos comumente nas literaturas, principalmente por Norton (1999), conforme as descrições:

OM = Barra  $r_1$ , e  $\alpha$  sendo o ângulo de posição desta barra em relação ao eixo x;

MA = Barra  $r_2$ , e  $\theta_2$  sendo o ângulo de posição desta barra em relação ao eixo x;

AC = Barra  $r_3$ , e  $\psi$  sendo o ângulo de posição desta barra em relação ao eixo x;

 $OQ = Barra r_4$ , e  $\beta$  sendo o ângulo de posição desta barra em relação ao eixo x;

QB = Barra  $r_5$ , e  $\theta_4$  sendo o ângulo de posição desta barra em relação ao eixo x;

BC = Barra  $r_6$ , e  $\phi$  sendo o ângulo de posição

desta barra em relação ao eixo x;





OC = Barra r (posição do ponto C), e  $\delta$  sendo o ângulo de posição desta barra em relação ao eixo x.

A Figura 3 ilustra um exemplo de mecanismo esquematizado na Figura 2.



Figura 3 – Guindaste (UICKER, PENNOCK & SHIGLEY, 2003).

Observando-se a Figura 2, pode-se definir a equação vetorial relacionando os vetores  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  e r pela Equação 8 e os vetores  $r_4$ ,  $r_5$ ,  $r_6$  e r pela Equação 9.

$$OM + MA + AC = OC$$
(8)

$$OQ + QB + BC = OC$$
(9)

Utilizando-se a notação de números complexos para as Equações 8 e 9 obtêm-se as Equações 10 e 11, respectivamente.

$$\mathbf{r}_1 \mathbf{e}^{j\alpha} + \mathbf{r}_2 \mathbf{e}^{j\theta^2} + \mathbf{r}_3 \mathbf{e}^{j\psi} = \mathbf{r} \mathbf{e}^{j\delta} \tag{10}$$

$$r_4 e^{j\beta} + r_5 e^{j\theta 4} + r_6 e^{j\phi} = r e^{j\delta}$$

$$\tag{11}$$

Substituindo-se a Formula de Euler da Equação 12, nas Equações 10 e 11, e separandose as partes reais das imaginárias obtêm-se as Equações 13, 14, 15 e 16.

$$e^{j\theta} = r\cos\theta + j\sin\theta \tag{12}$$

 $r_1 \cos \alpha + r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \psi = r \cos \delta$ (13)

 $r_1 \operatorname{sen} \alpha + r_2 \operatorname{sen} \theta_2 + r_3 \operatorname{sen} \psi = r \operatorname{sen} \delta$  (14)

 $r_4 \cos \beta + r_5 \cos \theta_4 + r_6 \cos \phi = r \cos \delta$ (15)

$$r_4 \operatorname{sen} \beta + r_5 \operatorname{sen} \theta_4 + r_6 \operatorname{sen} \phi = r \operatorname{sen} \delta$$
 (16)

Encontro Latino Americano

A partir das Equações 13 e 14 pode-se eliminar os ângulos indesejados  $\psi \in \theta_4$  e racionalizando as equações obtidas, fazendo algumas substituições obtêm-se a seguinte equação:

$$k_{1} [2r \cos (\delta - \alpha)] + k_{2} [2r \cos (\delta - \theta_{2})] + k_{3} = r_{2}^{2} + k_{4} [2 \cos (\delta - \theta_{2})]$$
(17)

$$k_{5} [2r \cos (\delta - \beta)] + k_{6} [2r \cos (\delta - \phi)] + k_{7} = r_{2}^{2} + k_{8} [2\cos (\phi - \beta)]$$
(18)

De acordo com Soni (1974), utilizam-se as variáveis "k" com índice "p" das Equações 17 e 18, de acordo com a Equação 19, linearizando o sistema e fazendo-se as respectivas substituições nas Equações 17 e 18 obtêm-se a Equação 20.

$$k_{\rm p} = l_{\rm p} + \lambda \, m_{\rm p} \tag{19}$$

$$\begin{split} & \mathsf{I}_1 \left[ 2\mathsf{r}\,\cos\left(\delta - \alpha\right) \right] + \lambda \,\mathsf{m}_1 \left[ 2\mathsf{r}\,\cos\left(\delta - \alpha\right) \right] \\ & + \,\mathsf{I}_2 \left[ 2\mathsf{r}\,\cos\left(\delta - \theta_2\right) \right] + \lambda \,\mathsf{m}_2 \left[ 2\mathsf{r}\,\cos\left(\delta - \theta_2\right) \right] + \,\mathsf{I}_3 \\ & + \lambda \,\mathsf{m}_3 = \mathsf{r}_2 + \lambda \left[ 2\cos\left(\alpha - \theta_2\right) \right] \end{split} \tag{20}$$

Com a Equação 20 se obtêm 2 incógnitas "l" e " $\lambda$ m". Fazendo-se uso das parcelas de " $\lambda$ m<sub>p</sub>", dividindo-se por " $\lambda$ ", e de "l<sub>p</sub>" pode-se obter as Equações 21 e 22.

$$I_{1} [2rcos (\delta - \alpha)] + I_{2} [2rcos (\delta - \theta_{2})] + I_{3} = r_{2}$$
(21)

As Equações 15 e 16, referem-se aos vetores da Figura 2, dos polígonos "OMACO" e "OQBCO", as quais são análogas e podem-se obter as Equações 23 e 24 a partir da Equação 11.

$$I_4 [2r \cos (\delta - \beta)] + I_5 [2r \cos (\delta - \phi)] + I_6 = r_2$$
 (23)

$$m_{4} [2r \cos (\delta - \beta)] + m_{5} [2r \cos (\delta - \phi)] + m_{6}$$
  
= [2 \cos (\alpha - \phi)] (24)

Usando o método dos mínimos quadrados para obter um ajuste mais preciso com a trajetória real a ser obtida, Soni (1974) utilizou o método dos mínimos quadrados empregando a Equação 4 (de Freudenstein), considerando um mínimo erro no ângulo de posição da barra de saída. O fator "D" é o quadrado do erro de acordo com a Equação 37. Para se obter o mínimo erro entre os ângulos  $\theta_{4i}$ 

XIV Encontro Latino Americano de Iniciação Científica e X Encontro Latino Americano de Pós-Graduação – Universidade do Vale do Paraíba





obtidos e desejados são feitas as derivações parciais de "D" em relação aos coeficientes  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  e ajustando-as a zero, assim obtêm-se as respectivas Equações 25, 26 e 27.

$$D = \sum_{i=1}^{n} [k_1 \cos \theta_{4i} - k_2 \cos \theta_{2i} + k_3 - \cos(\theta_{2i} - \theta_{4i})]^2$$
 (25)

$$\frac{\partial D}{\partial k_1} = \sum_{i=1}^n [k_1 \cos \theta_{4i} - k_2 \cos \theta_{2i} + k_3 - \cos (\theta_{2i} - \theta_{4i})] \cos \theta_{4i} = 0$$
 (26)

$$\frac{\partial D}{\partial k_2} = \sum_{i=1}^{n} [k_1 \cos \theta_{4i} - k_2 \cos \theta_{2i} + k_3 - \cos(\theta_{2i} - \theta_{4i})] \cos \theta_{2i} = 0$$
 (27)

$$\frac{\partial D}{\partial k_3} = \sum_{i=1}^n [k_1 \cos \theta_{4i} - k_2 \cos \theta_{2i} + k_3 - \cos(\theta_{2i} - \theta_{4i})] = 0$$
 (28)

Com "n" de posições (de fases) desejadas e as respectivas coordenadas denominadas de " $x_c$ ", " $y_c$ " e aplicando-se a Equação de Freudenstein para cada fase pode-se definir as dimensões das barras do mecanismo para realizar a trajetória próxima da desejada. As Equações 29 - 34 e 35 - 40 são usadas para calcular r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub>, r<sub>3</sub> e r<sub>4</sub>, r<sub>5</sub>, r<sub>6</sub>, respectivamente.

$$\sum [2r\cos(\alpha-\delta)]^2 I_1 + \sum \{ [2r\cos(\theta_2-\delta)] [2r\cos(\alpha-\delta)] \} I_2$$
  
+ 
$$\sum [2r\cos(\alpha-\delta)] I_3 = \sum r^2 [2r\cos(\alpha-\delta)]$$
(29)

 $\Sigma \{ [2rcos(\alpha-\delta)] [2rcos(\theta_2-\delta)] \} I_1 + \Sigma [2rcos(\theta_2-\delta)]^2 I_2 \\ + \Sigma [2rcos(\theta_2-\delta)] I_3 = \Sigma r^2 [2rcos(\theta_2-\delta)]$ (30)

Σ [2rcos(α-δ)]  $I_1$ +Σ [2rcos( $\theta_2$ -δ)]  $I_2$ +Σ[1]  $I_3$ =Σ  $r_2$  (31)

 $\begin{array}{l} \Sigma \left[ 2rcos(\alpha {-} \delta) \right]^2 m_1 {+} \Sigma \left\{ \left[ 2rcos(\theta_2 {-} \delta) \right] \left[ 2rcos(\alpha {-} \delta) \right] \right\} m_2 \\ {+} \Sigma \left[ 2rcos(\alpha {-} \delta) \right] m_3 {=} \Sigma \left\{ \left[ 2cos(\theta_2 {-} \delta) \right] \left[ 2rcos(\alpha {-} \delta) \right] \right\} \end{array}$ (32)

$$\begin{split} & \Sigma \{ [2rcos(\alpha - \delta)] [2rcos(\theta_2 - \delta)] \} \quad m_1 + \Sigma [2rcos(\theta_2 - \delta)]^2 \quad m_2 \\ &+ \Sigma [2rcos(\theta_2 - \delta)] m_3 = \Sigma \{ [2rcos(\theta_2 - \delta)] [2rcos(\theta_2 - \delta)] \} \ (33) \end{split}$$

$$\begin{split} &\Sigma \left[ 2r\cos(\alpha \text{-}\delta) \right] m_1 \text{+} \Sigma \left[ 2r\cos(\theta_2 \text{-}\delta) \right] m_2 \text{+} \Sigma \left[ 1 \right] m_3 \\ &= \Sigma \left[ 2r\cos(\theta_2 \text{-}\alpha) \right] \end{split} \tag{34}$$

$$\begin{split} &\Sigma \left[2r\cos(\beta-\delta)\right]^2 I_5 + \Sigma \left\{\left[2r\cos(\phi-\delta)\right]\left[2r\cos(\beta-\delta)\right]\right\} I_6 \\ &+ \Sigma \left[2r\cos(\beta-\delta)\right] I_7 = \Sigma \left\{ r^2 \left[2r\cos(\beta-\delta)\right] \right\} \end{split}$$
(35)

$$\begin{split} & \Sigma \left\{ [2rcos(\beta - \delta)] [2rcos(\phi - \delta)] \right\} I_5 + \Sigma \left[ 2rcos(\phi - \delta) ] 2 I_6 \\ & + \Sigma \left[ 2rcos(\phi - \delta) \right] I_7 = \Sigma \left\{ r^2 \left[ 2rcos(\phi - \delta) \right] \right\} \end{split}$$

 $\Sigma$  [2rcos(β-δ)] I<sub>5</sub>+ $\Sigma$  [2rcos(φ-δ)] I<sub>6</sub>+ $\Sigma$  [1] I<sub>7</sub>= $\Sigma$  r<sup>2</sup> (37)

$$\begin{split} &\Sigma \left[ 2r\cos(\beta \cdot \delta) \right]^2 m_5 + \Sigma \left\{ \left[ 2r\cos(\phi \cdot \delta) \right] \left[ 2r\cos(\beta \cdot \delta) \right] \right\} m_6 \\ &+ \Sigma \left[ 2r\cos(\beta \cdot \delta) \right] m_7 = \Sigma \left\{ \left[ 2\cos(\phi \cdot \delta) \right] \left[ 2r\cos(\beta \cdot \delta) \right] \right\} \end{split}$$
(38)

Σ {[2rcos( $\beta$ -δ)][2rcos( $\phi$ -δ)]} m<sub>5</sub>+Σ [2rcos( $\phi$ -δ)]<sup>2</sup> m<sub>6</sub>

+ $\Sigma [2rcos(\phi-\delta)] m_7 = \Sigma [2rcos(\phi-\delta)]^2$  (39)

Encontro Latino Americano

Iniciação Científica Júnior

$$\Sigma [2rcos(\beta-\delta)] m_5 + \Sigma [2rcos(\phi-\delta)] m_6 + \Sigma [1] m_7$$
  
= \Sigma [2rcos(\phi -\beta)] (40)

Ao substituir os valores nas Equações 29 a 40 serão obtidos 4 sistemas de equações simultâneas com as incógnitas "l<sub>i</sub>" e "m<sub>i</sub>". Os valores "r" de cada fase são determinados pela Equação 41 e os valores do ângulo " $\delta$ " são determinados pela Equação 42.

$$r_{n} = (xc_{i}^{2} + yc_{i}^{2})^{0,5}$$
(41)

$$\delta i = tg-1(yc_i/xc_i)$$
(42)

Para o cálculo dos valores de " $\phi_i$ " e de " $\psi_i$ " se estima um valor inicial adequado para " $\phi_1$ " e utilizase a Equação 43 para os demais valores de " $\phi_i$ " e a Equação 44 para os ângulos " $\phi_i$ ".

$$\Psi = \left[\cos^{-1} \left( r \cos \delta - r_1 \cos \alpha - r_2 \cos \theta_2 \right) \right] / r_3$$
(43)

$$\phi_i = \phi_1 + (\psi_i \cdot \psi_1) \tag{44}$$

Os resultados na síntese fornecem 4 alternativas de solução visto que as Equações 19 e 20 oferecem dois valores " $\lambda$ " cada e será necessário determinar qual ou quais soluções são adaptáveis à trajetória desejada.

À verificação do mecanismo obtido para se determinar a solução mais adequada, tomar a decisão e validar a escolha poderá ser feita ao utilizar as Equações 45 e 46 com o objetivo de determinar as coordenadas " $x_c$ " e " $y_c$ " que serão obtidas com o mecanismo, respectivamente, fazer a comparação entre a trajetória desejada e a que o mecanismo poderá descrever e calcular os erros previstos.

 $x_{c} = r_{1} \cos \alpha + r_{2} \cos \theta_{2} + r_{3} \cos \psi \qquad (45)$ 

$$y_c = r_1 \operatorname{sen} \alpha + r_2 \operatorname{sen} \theta_2 + r_3 \operatorname{sen} \psi$$
(46)

#### Resultados

A Tabela 1 apresenta um exemplo publicado por Soni (1974) em que se deve determinar o mecanismo que realize uma trajetória de um ponto "C" da barra intermediária, que atinja 12 pontos definidos pelas suas respectivas coordenadas em relação a uma referência estabelecida.

Deseja-se conhecer qual mecanismo deverá atender estas necessidades. Soni (1974) estabeleceu as coordenadas sem unidades de medida, mas neste exemplo serão consideradas em metros para efeito de utilização da síntese.







Foram escolhidos os valores para os ângulos de posição referentes a Figura 2 no exemplo de Soni (1974) de:  $\alpha = 56^{\circ}$ ,  $\beta = -6^{\circ} e \phi 1 = 166^{\circ}$ .

Tabela 1 - Dados da trajetória desejada do exemplo 1

Posição	x <sub>c</sub> [m]	у <sub>с</sub> [m]	δ [º]	θ2 [°]
1	1,22	3,66	71,57	161
2	2,04	4,45	65,37	131
3	3,24	4,90	56,53	101
4	4,57	4,80	46,41	71
5	5,62	4,06	35,85	41
6	6,12	3,20	27,60	11
7	5,80	2,36	22,14	341
8	4,58	1,85	22,00	311
9	3,10	1,46	25,22	281
10	1,93	1,48	37,48	251
11	1,20	1,93	58,13	221
12	0,90	2,70	71,57	191

A Tabela 2 apresenta 4 possíveis soluções após a aplicação do método, e ao se avaliar as soluções disponíveis verifica-se que a solução 2 permite atender melhor as necessidades. Nota-se que as outras soluções apresentam valores com diferenças muito grandes entre os parâmetros de comprimentos das barras e em certos casos com valores negativos.

Tabela 2 - Resultados obtidos após projeto do mecanismo do exemplo 1

Parâm.	Sol.	Sol.	Sol.	Sol.
	1	2	3	4
r₁ <b>[ft]</b>	2,126	2,126	7,463	7,463
r <sub>2</sub> [ft]	2,525	2,525	1,941	1,941
r <sub>3</sub> [ft]	2,628	2,628	3,278	3,278
r <sub>4</sub> [ft]	-137,9	7,934	18,19	12,46
r <sub>5</sub> <b>[ft]</b>	45,681	3,896	2,489	2,266
r <sub>6</sub> [ft]	-160,5	4,796	15,046	10,42
$\lambda_1 e \lambda_2$	5,367	5,367	14,484	14,48
$\lambda_{1.1} / \lambda_{1.2} / \lambda_{2.1} e \lambda_{2.2}$	22132	38,048	273,68	129,8
α []	56	56	56	56
β[]	-6	-6	-6	-6
□ []	166	166	166	166

A Fig. 4 ilustra a comparação entre a trajetória desejada e a encontrada após o projeto do mecanismo.



Figura 4 - Comparação das trajetórias desejada e obtida do exemplo 1

Outro exemplo é apresentado para a confirmação da aplicação eficaz do método. A trajetória desejada é dada pelas coordenadas do ponto "C" da Tabela 3. As posições da barra de entrada desejadas  $\theta_2$  inicialmente estão definidas na Tabela 3.

Tabela 3. Dados de trajetória desejada do exemplo 2

Posição	xc [m]	ус [m]	δ [º]	θ2 [º]
1	1,22	3,5	71,57	161
2	2,04	4,8	65,37	131
3	3,24	4,7	56,53	101
4	4,57	4,4	46,41	71
5	5,62	4,4	35,85	41
6	6,12	3,5	27,60	11
7	5,80	2,6	22,14	341
8	4,58	1,9	22,00	311
9	3,10	1,6	25,22	281
10	1,93	1,6	37,48	251
11	1,20	2	58,13	221
12	0,90	2,7	71,57	191

Foram escolhidos para a resolução do exemplo 2 os mesmos valores de Soni (1974) para os ângulos de posição da barra de entrada  $\theta_2$  e as referencias angulares das barras:  $\alpha = 56^{\circ}$ ,  $\beta = -6^{\circ}$  e  $\phi 1 = 166^{\circ}$ , mudando somente as coordenadas do ponto C.







e rapidez no projeto de mecanismos de 4 barras com auxílio do MS Excel.

Tabela 4. Resultados obtidos após projeto do mecanismo do exemplo 2

Parâm.	Sol.	Sol.	Sol.	Sol.
	1	2	3	4
r1 <b>[ft]</b>	0,381	0,381	7,659	7,659
r <sub>2</sub> [ft]	2,293	2,293	1,903	1,903
r <sub>3</sub> [ft]	4,341	4,341	3,362	3,362
r <sub>4</sub> [ft]	33,686	12,36	15,638	13,45
r₅ <b>[ft]</b>	4,245	2,611	1,948	1,917
r <sub>6</sub> [ft]	28,645	9,537	12,892	11,1
$\lambda_1 e \lambda_2$	0,873	0,873	14,578	14,58
$\lambda_{1.1} / \lambda_{1.2} / \\ \lambda_{2.1} e \lambda_{2.2}$	964,95	117,88	201,61	149,3
α []	56	56	56	56
β <b>[</b> ]	-6	-6	-6	-6
□ [9	166	166	166	166

A Figura 5 ilustra a comparação entre a trajetória desejada e a encontrada após o projeto do mecanismo



Figura 5 - Comparação das trajetórias desejada e obtida do exemplo 2

# Discussão

Através da Figura 4 do exemplo 1, pode-se observar que a trajetória obtida se aproxima muito da trajetória desejada. Há apenas uma região em que a as curvas geradas apresentaram uma pequena diferença.

O exemplo 2 nota-se que a trajetória obtida se aproxima da trajetória desejada, porém existem algumas regiões da curva em que a trajetória desejada se difere da trajetória a ser obtida com o mecanismo projetado.

Diante dos resultados obtidos pode-se observar que o método aplicado permite uma boa precisão,

# Conclusão

Os resultados demonstram que o método atende as necessidades de síntese dos mecanismos para os exemplos apresentados. Através das Figuras 4 e 5 pode-se observar que as trajetórias obtidas e desejadas são muito próximas. Outro ponto importante e positivo foi a utilização do MS Excel para visualização imediata dos resultados, elaborar possíveis ajustes nos parâmetros iniciais e a comprovação eficaz do projeto executado.

# Agradecimentos

Os autores agradecem à ETEP - Faculdade de Tecnologia de São José dos Campos, a UNESP -Universidade Estadual Paulista que incentivaram a realização deste trabalho.

# Referências

- MABIE, H. H.; REINHOLTZ, C. F. Mechanisms and Dynamics of Machinery. 1<sup>a</sup> Edição. New York, NY. Editora John Wiley & Sons. 1987.

- MABIE, H. H., OCVIRK, F. W. Mecanismos e Dinâmica das Máquinas. 2ª Edição. Editora Ao Livro Técnico. 1980.

- NORTON, R. L., 1999, Design of Machinery – An Introduction to the Synthesis and Analysis of Mechanisms and Machines, Ed. McGraw-Hill Co.

- PIVETTA, C. S., REZENDE, O. P., GRECHI, R., CAMPOS, M. L., BRANDÃO, J. G. T., 2009, Análise de Velocidade e Aceleração de Mecanismos de 4 Barras com Abordagem Geométrica e Computacional, IX Encontro Latino Americano de Pós Graduação – (EPG), . 6p., São José dos Campos, SP, Brasil.

- SONI, A. H., 1974, Mechanism Synthesis and Analysis, McGraw-Hill.

- UICKER Jr, J. J.; PENNOCK, G. R.; SHIGLEY, J. E., 2003; Theory of Machines and Mechanisms, d. Oxiford University Press.