

## MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM: UMA EXPERIÊNCIA EM UM CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

*Elielson Ribeiro de Sales<sup>1</sup>, Adilson Oliveira do Espírito Santo<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Universidade Federal do Pará, Mestrado em Educação Matemática, NPADC, Av. Augusto Corrêa, 01 - Guamá - 66075-110, Belém/PA, ersalles@gmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal do Pará, Mestrado em Educação Matemática, NPADC, Av. Augusto Corrêa, 01 - Guamá - 66075-110, Belém/PA, adilson@ufpa.br

Considerando alguns argumentos que justificam a utilização da Modelagem Matemática no ensino, investigamos seu uso como estratégia de ensino e aprendizagem da disciplina Fundamentos de Matemática Elementar-FME em um Curso Superior de Licenciatura Plena em Matemática. Com objetivo de suscitar uma reflexão sobre a utilização da modelagem matemática como alternativa pedagógica especialmente em formar profissionais capazes de solucionar problemas e analisar de forma crítica os resultados, procuramos estratégias de ensino e aprendizagem significativas e encontramos referências à Modelagem Matemática. Neste sentido o trabalho ilustra uma proposta educacional que se propõe criar meios que favoreçam a aprendizagem, onde o aluno possa desenvolver sua competência reflexiva por meio de uma atividade de modelagem matemática em sala de aula. A análise dos resultados obtidos indicou que mesmo em um curso regular com limitações de tempo e conteúdo programático, o uso da Modelagem Matemática no ensino revela-se uma alternativa viável e eficaz para o ensino de matemática.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática e Ensino de Matemática

**Área do Conhecimento:** Educação Matemática

### Introdução

Nós, professores, precisamos rever nossas práticas e desenvolver o programa das disciplinas, com o enfoque voltado para a realidade e a vivência do aluno. É importante trabalhar os conteúdos de forma aplicada, dando ênfase às questões ambientais, econômicas, sociais e políticas. Devemos ter o objetivo de formar um cidadão que tenha consciência crítica acerca do mundo que vivemos. Para tal, abordamos a economia como tema transversal, utilizando uma atividade prática contextualizada, a fim de proporcionar aos alunos: a percepção, a reflexão e o questionamento da realidade que compreende o meio sócio cultural; a capacidade de relacionar os conteúdos matemáticos com a realidade em que se inserem.

As Matemáticas e em especial a disciplina FME são componentes importantes nos Cursos Superiores de Licenciatura Plena em Matemática. Entretanto, verifica-se que a abordagem dispensada à disciplina não aponta para adoção de novas metodologias, reafirmando a postura pedagógica da fragmentação dos conteúdos, onde a disciplina, FME, geralmente é tratada de forma independente das demais, sendo a ênfase dada às técnicas de resolução (matemática instrumental). “Ensina-se uma matemática perfeita, exata e inflexível: os teoremas, as fórmulas, o raciocínio encadeado e os resultados incontestáveis” ROCHA (2001). Neste contexto, pesquisadores da área sugerem mudanças, as

quais estão relacionadas não somente com os conteúdos a serem ensinados, mas com os métodos utilizados nos processos de ensino e aprendizagem.

Nossa preocupação com o ensino de FME nos Cursos Superiores de Matemática nos levou a desenvolver esta pesquisa, propondo uma alternativa para o ensino, que aponte para um caminho diferenciado do modelo predominante, oferecendo um ensino sincronizado com os objetivos do curso e a realidade do aluno. Para que o ensino de FME conduza a uma aprendizagem eficiente, assimilando conceitos, visualizando suas aplicações e solucionando problemas, é necessário que os métodos pedagógicos não visem somente a memorização de procedimentos, mas que oportunizem ao estudante usar as ferramentas matemáticas adequadas para solucionar problemas do seu cotidiano.

Pesquisas nos mostram que uma forma de buscar relações da Matemática com a realidade podem ser as atividades de Modelagem Matemática.

### Modelagem Matemática

Modelagem Matemática, em nossa definição, é o processo de interpretar matematicamente um fenômeno e/ou problema do mundo real (ambiental, econômico, social ou político) com intuito de encontrar possíveis soluções e/ou aproximações que satisfaçam tais problemáticas,

proporcionando trabalhar os conteúdos de forma significativa e aplicada à vida.

Contudo, para melhor esclarecer o conceito de Modelagem Matemática apresentar-se-á a seguir algumas das definições encontradas na literatura consultada.

"A Modelagem matemática é um processo dinâmico de busca de modelos adequados, que sirvam de protótipos de alguma entidade (BASSANEZI, 1994, p. 45)."

"Modelagem Matemática é o processo envolvido na obtenção de um modelo. Podendo, sob alguns aspectos, ser considerado um processo artístico, pois para elaborar um modelo, além de conhecimento apurado de Matemática, o modelador deve ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT 1997)."

A Modelagem Matemática como método de pesquisa, tem uma orientação metodológica a ser seguida. Neste sentido, foram elaborados diferentes esquemas visando descrever as etapas pertinentes a um processo de Modelagem Matemática. Um esquema encontrado com frequência na literatura é composto pelas seguintes etapas:

- **Escolha do Tema:** o professor e aluno devem sugerir temas. Contudo, caberá ao professor usar estratégias que facilitem aos alunos a escolha de um tema abrangente e motivador.
- **Definição do problema:** a partir de uma situação real é identificado o problema a ser estudado. Em seguida devem-se obter os dados necessários para sua solução.
- **Simplificação e formulação de hipóteses:** Os dados são examinados e selecionados de modo que preservem as características do problema, isto é, é feita uma simplificação.
- **Dedução do modelo matemático:** Nesta etapa substitui-se a linguagem em que se encontra o problema para uma linguagem matemática coerente.
- **Resolução do problema matemático:** é a fase em que, utilizando-se recursos da matemática, procura-se uma solução do problema matemático formulado.
- **Validação:** é a fase em que a aceitação do modelo encontrado é analisada. Assim, os dados reais são comparados com os dados fornecidos pelo modelo. Caso o modelo seja considerado não válido, deve-se retornar à formulação de hipóteses e simplificações e reiniciar o processo.
- **Aplicação do modelo:** Caso seja considerado válido, o mesmo é utilizado para compreender, explicar, analisar, prever ou decidir sobre a realidade em estudo. Esta é a fase que possibilita

o intervir, o exercitar, o manejar situações associadas ao problema.

Estas etapas não representam uma prescrição rigorosa, mas constitui uma seqüência de procedimentos norteadores que podem proporcionar maior êxito no estudo de problemas por meio da Modelagem Matemática.

Neste trabalho abordaremos a modelagem relacionada à economia no que se refere à retomada de crédito para pessoas físicas em especial o financiamento de veículos, que nos últimos anos, devido à estabilização da economia, registrou-se um aumento significativo nas ofertas e em novas modalidades de créditos. Onde buscaremos, a partir de uma simulação da compra de veículo, usando o Crédito Direto ao Consumidor (CDC), determinar um modelo matemático que expresse o saldo devedor de um financiamento antes do vencimento da  $n$ -enésima prestação.

### Uma Proposta de Atividade de Modelagem Matemática

Nesta seção faremos uma contextualização do tema, onde temos que considerar a retomada do crédito por parte das instituições financeiras que é um resultado da estabilização econômica. No período anterior ao Plano Real, a inflação alta levava o sistema financeiro a operar basicamente no curtíssimo prazo, criando mecanismos que visavam eliminar, ou reduzir, as perdas provocadas pela inflação. O acesso a tais mecanismos era basicamente limitado à parcela da população de maior renda.

Não existiam, então, prestações fixas nos financiamentos, sendo sempre corrigidas pela inflação e, portanto, tendo incertos os seus valores. Os prazos eram reduzidos e as prestações, conseqüentemente, elevadas.

A partir da estabilização, o sistema financeiro inicia o retorno à sua atividade básica, que é a concessão de créditos à produção, ao comércio e aos consumidores. Com o controle da inflação, ampliam-se os prazos, e a eliminação da correção monetária permite o surgimento das prestações fixas.

Com a restauração do crédito, o brasileiro pôde comprar ainda mais bens de consumo duráveis de mais alto valor (eletrodomésticos, móveis, imóveis, automóveis, etc.). Dessa forma, o crédito a pessoas físicas aumentou a sua participação no sistema financeiro.

A indústria automobilística é o setor que está produzindo mais do que nunca por conta do ritmo frenético do mercado interno. Segundo o sítio da Arrow Brasil (notícias/gerais) o presidente da Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores (Anfavea), Jackson Schneider, acredita que a demanda crescente continua sendo

estimulada não apenas pela queda nas taxas de juros como pela confiança do consumidor. "A economia tem muito do fator humano; quando sente segurança, o consumidor assume uma dívida", afirma Schneider.

O primeiro quadrimestre de 2007 foi o melhor da história da indústria automobilística no Brasil tanto em produção como em vendas domésticas. Isso refletiu no nível de emprego. Com 109,3 mil funcionários o setor atingiu em abril o mais alto nível de emprego desde agosto de 1998.

Em abril de 2007, as montadoras produziram 225,6 mil veículos, um crescimento de 10,6% na comparação com o mesmo mês de 2006. No primeiro quadrimestre de 2007, o setor produziu 881,4 mil unidades, 5,6% mais do que nos primeiros quatro meses do ano passado.

Segundo o presidente da Anfavea, a fatia das vendas com prestações de mais de 36 meses aumentou de 34% há um ano para 49% em abril. A taxa de juros praticada no setor automotivo recuou de 25,3% em abril de 2006 para 20,7%, em março de 2007.

Para Schneider, o consumo interno deve continuar firme nos próximos meses. A inadimplência média do segmento, de 3,3% em abril, continua abaixo da média do crédito para bens duráveis em geral, de 7,1%. É possível até que a Anfavea, que já refez as previsões de vendas no mercado doméstico para cima uma vez este ano, volte a mudar o prognóstico.

## Metodologia

Apresentamos aqui uma atividade de modelagem matemática que se enquadra no modelo exploratório-descritivo. As atividades foram desenvolvidas na disciplina FME, com o intuito de trabalhar os conteúdos matemáticos do programa da disciplina. Os alunos estavam interessados em analisar as modalidades de financiamento de bens duráveis disponíveis no mercado, e estudar, as vantagens (ou desvantagens) em quitar um determinado bem financiado.

O estudo envolveu um grupo de 33 alunos, (17 do sexo masculino e 16 do sexo feminino), que se encontram no 3º semestre do curso de Licenciatura Plena em Matemática de uma Instituição de Ensino Superior no município de Santarém/PA.

Os alunos fizeram uma simulação usando o CDC, para comprar um automóvel Meriva Joy 1.8 FlexPower, ano e modelo 2007, 4 portas, cor bege Esparta, ar condicionado, direção hidráulica, alarme anti-furto, friso lateral, desembaçador traseiro, pára-choques na cor do veículo e protetor de cárter, em 36 parcelas fixas e sem valor de entrada. Sendo o preço a vista R\$ 36.600,00 e o valor da prestação de R\$ 1.604,46. A taxa de juros cobrada é de 2,48% mais o IOF (0,22%), dando

um total de 2,70% a.m.

## Resultados e Discussões

A formação de um plano de amortização obedece as seguintes regras:

1. O valor de cada prestação é formado por duas parcelas, uma delas é a devolução do principal, ou parte dele, denominada amortização, e outra parcela são os juros que representam o custo do empréstimo (prestação=juros+amortização);
  2. O valor dos juros é sempre calculado sobre o saldo devedor do empréstimo, calculado com uma determinada taxa de juros;
  3. O valor da primeira prestação inclui os juros calculados sobre o valor do financiamento;
  4. O valor da segunda prestação inclui os juros calculados sobre a diferença do valor financiado menos o valor amortizado na primeira prestação, e assim sucessivamente até a última prestação
- As hipóteses definidas para o problema são: ao quitar um veículo a taxa de desconto máxima oferecido pela empresa é de 70% da taxa de financiamento, isto é, 70% de 2,70%; não são cobradas taxas adicionais pela quitação antecipada de um veículo; o juro cobrado em uma prestação incide sobre o valor do saldo devedor anterior.

Visando determinar um modelo que expresse o saldo devedor de um veículo antes do vencimento da  $n$ -ésima prestação, definiram as variáveis:  $n$  o número de prestações a serem quitadas;  $V_n$  o saldo devedor, quando falta quitar  $n$  prestações. Como o juro pago em uma prestação incide sobre o saldo devedor anterior e a taxa de desconto no pagamento de uma prestação é de no máximo 70% de 2,70%, isto é, a taxa de desconto é de no máximo 1,89%, teremos as seguintes suposições:

*Quando falta uma prestação a ser quitada temos:*

$$V_1 = \frac{1.604,46}{1,0189}, \text{ pois } 1.604,46 = 1,0189V_1$$

Quando faltam duas prestações a serem quitadas temos que a última prestação deve sofrer um desconto de dois meses, logo a prestação de R\$ 1.604,46 corresponderá a  $1,0189 \times 1,0189 = 1,0189^2$  do valor a ser pago, isto é,  $\frac{1.604,46}{1,0189^2}$ . A

penúltima prestação sofrerá um desconto de apenas um mês, logo a prestação de R\$ 1.604,46 corresponderá a  $1,0189$  do valor a ser pago, isto é,  $\frac{1.604,46}{1,0189}$

$$\text{Portanto, } V_2 = \frac{1.604,46}{1,0189^2} + \frac{1.604,46}{1,0189}$$

Continuando sucessivamente este processo, quando faltarem  $n$  prestações a serem pagas, com  $1 \leq n \leq 36$ , o valor  $V_n$  a ser pago será:

$$(1) \quad V_n = \frac{1.604,46}{1,0189^n} + \frac{1.604,46}{1,0189^{n-1}} + \dots + \frac{1.604,46}{1,0189^2} + \frac{1.604,46}{1,0189}$$

Multiplicando os dois membros por  $\left(\frac{-1}{1,0189}\right)$ , temos:

$$(2) \quad -\frac{1}{1,0189} V_n = -\frac{1.604,46}{1,0189^{n+1}} - \frac{1.604,46}{1,0189^n} - \dots - \frac{1.604,46}{1,0189^3} - \frac{1.604,46}{1,0189^2}$$

Somando-se as expressões (1) e (2), tem-se:

$$V_n \left(1 - \frac{1}{1,0189}\right) = \frac{1.604,46}{1,0189} - \frac{1.604,46}{1,0189^n} \cdot \frac{1}{1,0189}$$

$$V_n = \frac{\frac{1.604,46}{1,0189} \left(1 - \frac{1}{1,0189^n}\right)}{1 - \frac{1}{1,0189}} = 84.891,68 \left(1 - \frac{1}{1,0189^n}\right)$$

Ou seja,

$$V_n = 84.891,68 \cdot \left(1 - \frac{1}{1,0189^n}\right)$$

O modelo descreve o valor da dívida quando faltam quitar  $n$  prestações.

Os alunos constataram, por meio do processo de modelagem, que existem várias modalidades de pagamento para se comprar um automóvel, no entanto a melhor forma continua sendo pagar à vista, porém se a compra for financiada é importante que o consumidor seja informado, antecipadamente, sobre a taxa de juros cobrada no contrato. No caso do CDC, além da incidência de juros, há a incidência do Imposto sobre Operações Financeiras (IOF), o que faz desta modalidade a mais cara de todas. Outro detalhe importante é que antes de comprar um veículo financiado, devem-se analisar além das taxas de juros real, as taxa de desconto que a empresa está oferecendo quando se faz a quitação antecipada do veículo.

### Conclusão

Durante o desenvolvimento da disciplina FME percebeu-se que a interação estimulada pelo

trabalho diferenciado baseado em atividades de modelagem trouxe benefícios para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Verificamos ainda que com atividades de modelagem no ensino o aluno pode observar a matemática presente no dia-a-dia, estabelecer relação entre a matemática "formal" e o mundo "real", desenvolver habilidades para aplicar os conceitos matemáticos para solucionar problemas e visualizar a aplicabilidade da matemática escolar na vida como também no meio social em que vive. Segundo CALDEIRA (1992): "O que é importante acentuar é que os conceitos aparecem da necessidade e não são impostos sem nenhum sentido de ser. Talvez essa seja a principal característica da dinâmica deste trabalho."

Nas várias etapas do processo de modelagem desde a escolha do tema até a obtenção do modelo, fez com que cada um, indiretamente, se sentisse um pouco responsável pela resolução do problema, no entanto a maior dificuldade encontrada pelo grupo, foi a matematização do problema e a principal pergunta foi: qual o conteúdo matemático a ser usado? Os alunos estavam acostumados a resolver problemas usando sempre conteúdos vistos anteriormente, e não problemas investigativos como propõe a modelagem matemática.

Levando em consideração toda a dinâmica de desenvolvimento da atividade e o contexto em que foi desenvolvida a pesquisa, observou-se que mesmo em um curso regular, com limitações de tempo e conteúdos programáticos, foi possível desenvolver as atividades de modelagem matemática e o nosso trabalho apontou para uma grande eficiência no processo de aprendizagem dos alunos.

### Referências

BASSANEZZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática, Editora Contexto, São Paulo, 1994.

BIEMBENGUT, M. S., "Modelagem Matemática & implicações no ensino e aprendizagem da matemática", Blumenau: Ed. da Furb, 1997.

CALDEIRA, A. D. Uma Proposta Pedagógica em Etnomatemática na Zona Rural da Fazenda Angélica em Rio Claro. Rio Claro:UNESP, 1992. Dissertação (Mestrado) – igce, Universidade Estadual Paulista.

ROCHA, I.C.B . "Formação para a exclusão ou para a Cidadania?" Educação Matemática em revista, ano 8 – nº 9/10, São Paulo, 2001. pp. 22 – 31