

A INVESTIGAÇÃO COMO AGENTE DE DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL NAS AULAS DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO CENTRADO NO CONCEITO DE FUNÇÃO

Sônia Maria Cavalcanti da Rocha¹; Iran Abreu Mendes²

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Exatas e da Terra; Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática; Campus Universitário de Lagoa Nova 59072-970 Natal, RN - E-mail: smcr_mat@yahoo.com.br

² Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Exatas e da Terra; Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática; Programa de Pós-Graduação em Educação. Campus Universitário de Lagoa Nova 59072-970 Natal, RN - E-mail: iamendes@digizap.com.br

Resumo - Este estudo pretende analisar a possibilidade do uso pedagógico da investigação histórica na sala de aula, envolvendo alunos da licenciatura em matemática. Atualmente estamos fazendo um estudo histórico-epistemológico do conceito de função objetivando desenvolver uma aprendizagem investigatória com os referidos alunos, com vistas à aprendizagem das noções e conceitos de funções a serem ensinados no Ensino Médio. Para tanto, nos apoiamos em alguns pressupostos teórico-práticos sobre história e ensino de matemática, bem como acerca da investigação em sala de aula como dois eixos centrais de sustentação da pesquisa. Por fim, avaliaremos a produção desenvolvida pelos alunos durante a experiência, à luz de autores que sustentam o pressuposto da investigação como alternativa para a aprendizagem em sala de aula, visando apontar possíveis contribuições para uma abordagem do ensino de funções no Ensino Médio.

Palavras-chave: Ensino de funções; investigação; história da matemática.

Área do Conhecimento: Ciências Humanas

Introdução

Dentre os inúmeros problemas pelos quais a Matemática tem passado nos últimos anos, um dos que se tem destacado, basicamente, na área da Educação Matemática é o seguinte: como melhorar o ensino da Matemática. Isso porque muitas dificuldades são enfrentadas pelos professores e estudantes desta ciência, em qualquer nível de ensino. Essa questão pressupõe que o aperfeiçoamento da prática pedagógica dos professores poderá contribuir para solucionar os desafios surgidos durante a produção do conhecimento matemático (MENDES, 2001).

Grande número de pesquisas em Educação Matemática vem apontando a História da Matemática como uma contribuição importante para a prática pedagógica do professor de Matemática. Apoiamo-nos em Mendes (2001) quando afirma que, através do conhecimento histórico o aluno é capaz de pensar e compreender as leis matemáticas a partir de certas propriedades e artifícios usados hoje que foram difíceis de descobrir em períodos anteriores ao que vivemos.

Procurando por novos caminhos para a melhoria do ensino-aprendizagem da Matemática acreditamos que a utilização da História da Matemática pode contribuir para se obter uma formação docente mais eficaz acerca dos conceitos matemáticos e seu ensino. É nessa perspectiva que partilhando das considerações apontadas por Miguel e Brito (1996), quando defendem a possibilidade de que todo professor

de Matemática deveria cursar em sua formação a disciplina história da matemática, não de forma isolada, mas na tentativa de imprimir historicidade às disciplinas de conteúdo específico.

Apoiamo-nos, também, em Fauvel (1991) citado por Brito e Mendes (2005), quando propõe que a importância do uso da história no ensino da Matemática se justifica pelos seguintes fatos: a história aumenta a motivação para a aprendizagem da Matemática; humaniza a matemática; mostra seu desenvolvimento histórico por meio da ordenação e apresentação dos tópicos no currículo; os alunos compreendem como os conceitos se desenvolveram; e suscita oportunidades para a investigação em matemática. Porém, algumas dificuldades têm se colocado na implementação do uso da história no ensino da Matemática como é o caso do despreparo dos professores que não tiveram tanto em sua formação inicial quanto na continuada, oportunidades de estudo da história da matemática para a inserção da mesma em sua prática pedagógica.

Nesse sentido, estamos trabalhando com os alunos da licenciatura, futuros professores, um exercício didático no qual a investigação matemática é tomada como um reorganizador cognitivo da matemática escolar a ser ensinada por eles no exercício de sua docência. A referida ação pode ser concretizada através do que Ponte et al (2003) considera como investigação em sala de aula, tendo como base metodológica o estudo de textos históricos relacionados aos tópicos

matemáticos abordados com maior frequência no ensino fundamental e médio.

De acordo com Ponte et al (2003) as investigações matemáticas constituem uma das atividades nas quais os alunos podem realizar e que se relacionam com a resolução de problemas. Além disso, na disciplina de matemática, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. Apoiando-nos, ainda, no próprio Ponte et al (2003), acreditamos que o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, que é a pesquisa.

Nosso trabalho trata de um ramo especial da Matemática, função, um conceito básico no qual residem muitas dificuldades demonstradas por estudiosos da Matemática durante todo o desenvolvimento histórico da formação desse conceito. Neste sentido, é preciso ressaltar, de antemão, a importância do estudo de funções para o desenvolvimento da matemática escolar abordada no Ensino Médio, pois o mesmo vai repercutir na atuação do aluno no curso universitário, entre outros momentos de sua própria vida.

De um modo geral, os estudantes da graduação em matemática vêm apresentando sérias dificuldades conceituais neste assunto e que, devido à falta de superação, podem levar as mesmas para o exercício docente quando passam a atuar como professores. Todavia, é necessário que os professores percebam e mostrem aos seus alunos, que a noção de dependência entre variáveis está presente em outros campos do conhecimento, bem como a necessidade de exprimir geometricamente essas relações. Nesse sentido o estudo de textos relacionados ao desenvolvimento histórico da noção de função e seus desdobramentos para o ensino deste tópico matemático, certamente, contribuirão para que os professores ampliem a sua formação conceitual acerca desse assunto e assim, possam exercer a elaboração de atividades de ensino centradas na investigação.

Objeto de Estudo

Nosso propósito é realizar um estudo histórico investigativo sobre a formação do conceito de função com vistas a propor algumas possibilidades metodológicas de investigação como forma de abordagem pedagógica desse tópico matemático.

O nosso objeto de estudo é a investigação como forma de produção de conhecimento em sala de aula baseado na perspectiva histórico-epistemológica da matemática. Para isso nos apoiaremos no uso de projetos de investigação no ensino da Matemática (MENDES, 2006), na investigação em sala de aula (PONTE, 2003) e no

uso da história da matemática na Educação Matemática (MENDES, 2001; MIGUEL e MIORIM, 2004; entre outros).

O estudo desenvolvido por Mendes sobre o ensino da Trigonometria (1997), empregando o uso de atividades, mostra a importância do uso da história como recurso metodológico para o ensino. De fato, Mendes (1997, p. 5) afirma que “é necessária a interferência no sentido de conduzir o uso da história no ensino da matemática como agente facilitador do processo investigatório do conhecimento matemático em sala de aula”.

A propósito das noções de função e seu ensino

Uma das questões centrais da Educação Matemática é o processo evolutivo por que passa seu objeto de ensino. Na análise desta evolução é possível identificar diversas fontes de influências que determinam as transformações do saber ensinado nas escolas (PAIS, 2001). Surge, entretanto, daí duas questões, uma voltada para o caráter eminentemente epistemológico e outra para o caráter metodológico. A questão epistemológica está direcionada para a formação dos conceitos matemáticos e a questão metodológica consiste em dar a este saber uma forma comunicável.

No ensino aprendizagem da matemática, segundo Zuffi (1999), concepções espontâneas não se adequam a muitos conceitos matemáticos, como é o caso do conceito de função que passou por diferentes períodos históricos para que o mesmo fosse explicitado de forma geral. Embora o mesmo tenha sido associado a fenômenos da natureza como é o caso dos gregos que o aplicaram ao movimento dos corpos celestes, o que ficou evidenciado, de fato, segundo Youschkevitch (1975), foi o “instinto de funcionalidade”. A noção de variação, entretanto, se constituiu em um dos aspectos essenciais ao desenvolvimento desse conceito, pois estava presente desde os escritos de civilizações primitivas e foi essencial, mas não suficiente para a formação do conceito.

De acordo Skemp (1980), existem dois tipos de conceitos: os primários e os secundários. Os conceitos primários ou de ordem inferior são os que se derivam das nossas experiências sensoriais e motoras, podem formar-se sem emprego da linguagem; os secundários são os conceitos que se abstrai de outros. Assim, formando uma hierarquia conceitual. Em geral, os conceitos de uma ordem superior àqueles que uma pessoa possui, não podem ser comunicados mediante uma definição, senão, reunindo exemplos adequados para que experimente. Para Skemp, os conceitos matemáticos são mais abstratos do que os da vida diária, que não são

muito abstratos, e a direção da aprendizagem vai para uma abstração cada vez maior. Todavia, é preciso distinguir os obstáculos que aparecem no momento da formação e/ou comunicação do conceito.

A propósito do conceito de função Skemp (1980) propõe que o mesmo seja abordado a partir de associações com as noções de aplicações, como entidades em si e investigar as possibilidades de se desenvolver operações de funções da mesma forma como podemos fazer operações com números. Sua proposta leva em consideração a dificuldade de se formular explicitamente o processo de abstração que se opera entre o domínio físico e o matemático. Nesse sentido, Skemp afirma que a analogia feita entre a construção de mapas geográficos e a noção de aplicação não é muito segura, pois um método mais adequado e bem definido para ir de um sistema a outro se denomina *função*.

Nessa perspectiva, deve-se partir, inicialmente, de aplicações matemáticas úteis extraídas do contexto cotidiano e ampliadas para o campo numérico (naturais, inteiros, racionais, reais e complexos). A partir desse momento, é possível estabelecer conexões geométricas de modo a possibilitar as representações dos princípios funcionais construídos pelas experiências com a realidade cotidiana e seu desdobramento numérico. Assim serão portanto, constituídos os princípios básicos do desenvolvimento funcional: domínio, imagem, representação algébrica e gráfica, entre outras.

Tais conceitos tem sua formalização abstrata evidenciada no processo de elaboração histórica, apontando os movimentos cognitivos que conduziram a construção matemática. Há um certo consenso entre educadores matemáticos sobre esse fato e a respeito de que o estudo das dificuldades demonstradas pelos estudiosos da Matemática, durante a evolução histórica da formação do conceito de função, pode fornecer pistas valiosas sobre possíveis dificuldades atuais no ensino-aprendizagem desse conceito.

Com base nessas possibilidades fornecidas pelas informações históricas, optamos adotar como principal eixo norteador do nosso estudo a utilização da história da matemática como desencadeador da aprendizagem na formação de professores de matemática. A referida formação será concretizada através do uso da investigação em história da matemática em sala de aula, mediante o uso de textos de história da matemática como um elemento reorganizador cognitivo da matemática estudada por um grupo de alunos da licenciatura em matemática.

Tomaremos, para isso, a proposta de Mendes (2005) acerca da elaboração e utilização de textos de história da matemática como elemento de superação das dificuldades encontradas por

professores de matemática com relação aos conteúdos que ministram em suas salas de aula. Pretendemos, com isso, elaborar e testar uma proposta de ensino de matemática que contribua para melhoria do ensino-aprendizagem do conceito de função no ensino médio. Todavia, desenvolveremos tal exercício com um grupo de alunos de licenciatura em matemática, enfocando a disciplina intitulada Fundamentos Epistemológicos da Matemática, no curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Metodologia

Para alcançarmos nossos objetivos principais foi necessário investigarmos, inicialmente, as concepções, atitudes e experiências de um grupo de estudantes do curso de licenciatura em matemática acerca das noções de função. Além disso, desenvolvemos uma pesquisa bibliográfica sobre a história das funções visando produzir um texto para uso em sala de aula. No momento atual do estudo, estamos desenvolvendo uma experiência docente com esse grupo de estudantes tomando a investigação em sala de aula como eixo norteador da experiência, pois ao invés de seqüências de ensino utilizaremos ações de pesquisa em sala de aula sobre o desenvolvimento histórico-epistemológico do conceito de função tomando como base trabalhos como o de Youschkevitch (1975). Na investigação que os alunos estão realizando, são considerados os seguintes aspectos: história e evolução do conceito de função, a formação desse conceito em diversos contextos, as linguagens evidenciadas em cada contexto, os vários tipos de notação, a classificação das funções e suas aplicações.

Essa metodologia não só considera importante a realização didática em sala de aula como também uma ação racional sobre o ensino baseada em conhecimentos didáticos pré-estabelecidos e na observação de elementos que possam vir a interferir no processo ensino-aprendizagem. Tal concepção baseia-se em um quadro teórico centrado no aprender pela investigação e reflexão e nos conhecimentos didáticos adquiridos na pesquisa exploratória inicial, constituída por:

- concepção dos alunos sobre funções;
- investigação histórica e epistemológica sobre o conceito de função;
- análise do ensino usual e seus efeitos;
- análise do campo de entaves acerca do ensino-aprendizagem de função.

Análise das etapas desenvolvidas

As etapas desenvolvidas até o momento apontam favoravelmente para a sustentação de

uma perspectiva investigatória para o ensino de matemática, tomando o desenvolvimento histórico-epistemológico como uma possibilidade de atribuir significado a matemática abordada em sala de aula, pois na medida em que os estudantes vão se apropriando compreensivamente dos conceitos investigados por eles próprios, a matemática formulada (no caso, as noções ligadas ao conceito de função) passa a ter uma abrangência conceitual mais ampliada e mais contextual que as operações mecânicas desenvolvidas ao longo dos estudos vivenciados por eles no ensino fundamental e médio.

Um aspecto bastante válido e evidenciado até o presente momento do estudo, é que os estudantes passam a compreender o 'verdadeiro' sentido que deve ser dado ao tópico de funções no ensino médio, e que nunca haviam percebido durante os anos anteriores de sua formação. Além disso, passam a identificar e apontar os possíveis entraves que, tanto o professor quando eles próprio (os estudantes), no ensino médio, têm para desenvolver os conceitos primários e secundários que envolvem a aprendizagem plena das noções de funções. Isso significa a ampliação da compreensão do campo numérico e suas relações operatórias que podem dar um sentido mais pleno ao domínio matemático aprendido.

Referências

- BRITO, A. J. e MENDES. Prefácio. IN:BRITO, A. J. et al. **História da matemática em atividades didáticas**. Natal, RN: EDUFRRN Editora da UFRN, 2005. 158p.
- MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Natal: Flecha do Tempo, 2006.
- MENDES, I. A. **A formação de professores de matemática a partir da história da matemática**. Projeto financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico – CNPq, 2005.
- MENDES, I. A. **O uso da história da matemática**: reflexões teóricas e experiências. Belém - EDUEPA, 2001. 90 p.
- MENDES, I. A. **Ensino da Matemática por atividades**: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática. 283 p. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2001.
- MENDES, I. A. **Ensino da trigonometria através de atividades históricas**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 1997.
- MIGUEL, A.; BRITO, A. J. A história da matemática na formação do professor de matemática. **Cadernos CEDES**, n.40, pp. 47-61. Campinas: Papyrus, 1996.
- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática**: propostas e desafios. 1 ed., 1 reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 200p. (Tendências da educação matemática, 10).
- PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- PONTE, J. P. da, et al. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- SKEMP, R. **Psicología del aprendizaje de las matemáticas**: formación de conceptos matemáticos. Ediciones Morata, S.A. (1980). Madrid.
- YOUSCHKEVITCH, A. P. The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century. **Institute for History of Science and Technology**. Moscow, vol. 16, nº 1, p. 37 - 85, 1975.
- ZUFFI, E. M. O conceito de função e sua linguagem para professores de matemática e de ciências. **UNESP. Revista**: a. 1, r. 8, vol. 1, 2001.