

ISOMETRIA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Luciana Cristina Pompeo Ferreira da Silva ¹, **Luiz Carlos de Queiroz** ²

UNISAL - Centro Universitário Salesiano de São Paulo
Unidade de Ensino de Lorena
R. Dom Bosco, 284 - CEP 12600-000 - Lorena - SP - Brasil
Tel.: (12) 3153 2033, Fax.: (12) 3153 2199, ¹(12) 3125 2689, ²(12) 3159 5077
E-mail: ¹lucianapompeo@yahoo.com.br ²queiroz@dequi.fauenquil.br

Palavras-chave: Isometria, ensino da Matemática, Álgebra, Geometria Analítica e Trigonometria
Área do Conhecimento: Ciências Exatas e da Terra

Resumo- A proposta desse trabalho tem basicamente o objetivo de fazer com que o aluno do ensino médio aprenda os conceitos básicos da Isometria para que possa compreender melhor e se interar no vasto universo da Matemática. Outro objetivo é fazer com que o aluno aprenda que os conceitos de Matemática podem ser trabalhados juntos e não separadamente como vem ocorrendo atualmente nas escolas de ensino médio. Primeiramente, serão apresentados os conteúdos de Isometria, ou seja, serão trabalhados com o aluno os três tipos de Isometrias: translação, reflexão e rotação. Em seguida, serão apresentados os conceitos Matemáticos do ensino médio pertinentes. E por fim, serão propostos exercícios que envolvam os conceitos de Isometria juntamente com os de Matemática. Como material didático de apoio serão utilizados livros que abordem as teorias de Isometrias e Matemática para o ensino médio. Para facilitar a compreensão será utilizado o sistema de coordenadas cartesianas. Para diferenciar um pouco as aulas e torná-las mais interessantes pode-se optar por aulas no laboratório de informática para aplicar alguns exercícios utilizando o software *Paint* do Microsoft Windows, assim, fazendo com que os alunos saiam da rotina da sala de aula e se interessem mais em aprender a Matemática. O conceito de transformação será o principal tema a ser trabalhado.

Introdução

A preocupação dos professores de Matemática nos dias de hoje tem sido a melhoria da qualidade de ensino, pois a Matemática não é transmitida da melhor forma. A formação dos professores é uma das principais dificuldades encontradas para que os educadores possam implantar um novo método de ensino. O professor tem uma grande carência de se adaptar às mudanças requeridas pela nova sistemática de ensino, e também há uma falta de conhecimento específico da parte dos educadores.

A Matemática é apresentada nas escolas de ensino médio como uma ciência pronta. As aulas são sempre discursos totalmente elaborados, uma sucessão de decretos imutáveis, inquestionáveis e exatos. Enquanto o professor ensina, ao aluno compete apenas a observar e aprender. Esse

procedimento transforma o ensino em linha de montagem.

É importante que o educador tenha uma boa formação, para que ele possa aplicar qualquer proposta de ensino, pois por melhor que seja o método proposto se o professor não detiver recursos próprios para aplicá-lo, ele será inútil.

O educando deve aprender a Matemática de modo a ser um estímulo à capacidade de investigação lógica, fazendo-o raciocinar e não se prender apenas as estruturas lógicas existentes na Ciência. Logo, é necessário que se operem mudanças no ensino da Matemática para o ensino médio.

A proposta desse trabalho é desenvolver um método diferente e interessante de ensinar Matemática, de modo bastante elementar, tendo em vista o público formado por alunos do ensino médio e seus professores. O objetivo é dar uma visão mais ampla do conteúdo a ser estudado, utilizando

os conceitos de Isometria, para facilitar o processo de ensino-aprendizagem. Mostrar ao aluno que os conteúdos da Matemática não necessariamente precisam ser trabalhados separadamente, mas que podem ser desenvolvidos vários conteúdos em um mesmo problema. Partindo dos conceitos de Isometria elaboram-se problemas que envolvam Álgebra, Geometria Analítica e Trigonometria.

Desenvolvimento

Com o objetivo principal de motivar o aluno do Ensino Médio a estudar Matemática através de exercícios que envolvam conceitos de Isometria, foram elaborados exercícios associados com vários temas da Matemática tais como: Álgebra, Geometria Analítica e Trigonometria, [1], [2], [3] e [4].

Exemplos:

1) Calcule a equação do eixo de simetria entre os pontos A (8, 5) e B (0, 9).

Resolução:

Seja r a reta que representa o eixo de simetria e P um ponto genérico (x, y) .

Se P pertence a r , então, P é equidistante aos pontos A e B . Desta maneira, deve-se ter:

$d(P, A) = d(P, B) \Rightarrow$ Distância entre dois pontos no Plano Cartesiano.

$$\sqrt{(x-8)^2 + (y-5)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (y-9)^2}$$

$$\left(\sqrt{(x-8)^2 + (y-5)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(x-0)^2 + (y-9)^2}\right)^2$$

$$(x-8)^2 + (y-5)^2 = (x-0)^2 + (y-9)^2$$

$$x^2 - 16x + 64 + y^2 - 10y + 25 = x^2 + y^2 - 18y + 81$$

$$x^2 - x^2 - 16x + y^2 - y^2 - 10y + 18y + 64 + 25 - 81 = 0$$

$$-16x + 8y + 8 = 0 \quad (\div 8)$$

$$-2x + y + 1 = 0$$

Logo, a equação do eixo de simetria é:

$$-2x + y + 1 = 0.$$

Pode-se utilizar o plano cartesiano para visualizar os pontos A e B e o eixo de simetria, como mostra a Figura 1.

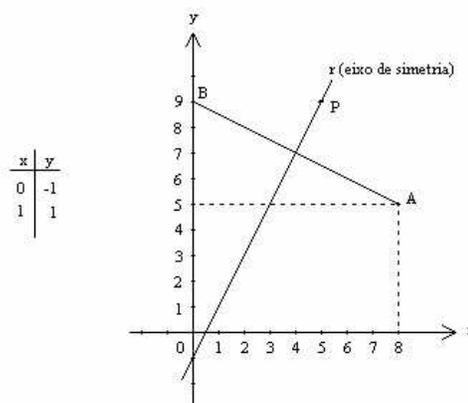


Figura 1 – Representação geométrica do problema 1.

2) Utilizando operações com matrizes, determine a transformação utilizada para que os pontos do desenho A tenham como imagem os pontos do desenho B , como mostra a Figura 2.

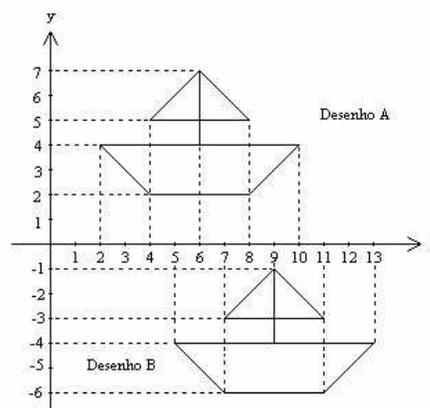


Figura 2 – Figura inicial e sua transformação no problema 2.

Resolução:

É evidente que o desenho passou por uma translação, assim tem-se:

O desenho A contém os pontos $A(4, 2)$, $B(8, 2)$, $C(10, 4)$, $D(8, 5)$, $E(6, 7)$, $F(4, 5)$ e $G(2, 4)$.

Pode-se dizer que os pontos do desenho B são imagens dos pontos do desenho A , assim como, $A'(7, -6)$, $B'(11, -6)$, $C'(13, -4)$, $D'(11, -3)$, $E'(9, -1)$, $F'(7, -3)$ e $G'(5, -4)$.

Note que as coordenadas dos pontos do desenho B em relação ao eixo das abscissas têm 3 unidades a mais que os pontos do desenho A, e em relação ao eixo das ordenadas têm 8 unidades a menos que os pontos do desenho A.

Aplicando adição de matrizes temos:

$$[3 \quad -8] + [x \quad y] = [3 + x \quad -8 + y] \Rightarrow [x + 3 \quad y - 8]$$

Logo a transformação é $(x + 3, y - 8)$.

3) O ponto A (-3, 2) faz parte de uma figura que passou por uma rotação de centro C (-2, -2). Determine o seu ponto imagem após a transformação sabendo que ele possui ordenada igual a -3.

Resolução:

A distância entre um ponto e o centro de uma rotação é a mesma distância entre esse centro e a respectiva imagem do ponto em uma rotação.

Aplicando a fórmula de distância entre dois pontos, temos: $d(A, C) = d(A', C)$, onde $A'(x, -3)$.

$$\sqrt{(-2 - (-3))^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{(-2 - x)^2 + (-2 - (-3))^2}$$

$$\left(\sqrt{(-2 - (-3))^2 + (-2 - 2)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(-2 - x)^2 + (-2 - (-3))^2}\right)^2$$

$$(-2 - (-3))^2 + (-2 - 2)^2 = (-2 - x)^2 + (-2 - (-3))^2$$

$$(-2 + 3)^2 + (-4)^2 = 4 + 4x + x^2 + (-2 + 3)^2$$

$$(1)^2 + 16 = 4 + 4x + x^2 + (1)^2$$

$$1 + 16 = 4 + 4x + x^2 + 1$$

$$x^2 + 4x + 1 + 4 - 1 - 16 = 0$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4.1.(-12)}}{2.1}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm 8}{2}$$

$$x' = \frac{-4 - 8}{2} = \frac{-12}{2} = -6 \text{ (não serve, pois não existe distância negativa)}$$

$$x'' = \frac{-4 + 8}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Logo, $A'(2, -3)$.

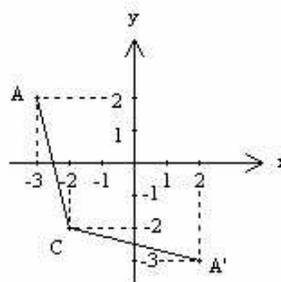


FIGURA 3 – Representação geométrica do problema 3 e sua resolução.

Conclusão

É um grande desafio para o professor de Matemática fazer com que o aluno se interesse e se motive pela matéria. Os professores têm conhecimento de que não é fácil compreender certos conceitos matemáticos e que as aulas não são motivadoras e por isso ocorre o desinteresse dos alunos.

O ensino da Matemática deve ser modificado, novas propostas serão necessárias.

Ensinar a Matemática utilizando conceitos de Isometria fez com que alguns temas da Matemática em vez de serem trabalhados separadamente fossem trabalhados em conjunto. Como por exemplo, usando uma simples transformação de translação é possível trabalhar distância entre dois pontos, equação da reta utilizando matrizes, áreas de figuras planas e outros conteúdos.

Dessa forma o aluno verá que a Matemática não é constituída de conceitos individuais, mas que ela pode ser trabalhada como um todo, ou seja, podem ser unidos vários conceitos em um só problema.

Referências

- [1] GIOVANNI, José Ruy, *Matemática Fundamental, 2º Grau*, São Paulo: Editora FTD, 1994.
- [2] LEDERGERBER-RUOF, E. B. *Isometria e Ornamentos no Plano Euclidiano*. São Paulo: Editora Atual, 1982, 192p.
- [3] LIMA, E. L. *Isometrias*. Rio de Janeiro: Editora da SBM, 1996. 94p
- [4] RESENDE, Eliane Quelho Frota. *Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas*, Campinas-SP: Editora da Unicamp, 2000