

# CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA DA AERODINÂMICA DE VEÍCULOS TERRESTRES

*Luiz Henrique França de Sousa*<sup>1</sup>, *Luiz Carlos de Queiroz*<sup>2</sup>

UNISAL - Centro Universitário Salesiano de São Paulo  
Unidade de Ensino de Lorena  
R. Dom Bosco, 284 - CEP 12600-000 - Lorena - SP - Brasil  
Tel.: (12) 3153 2033, Fax.: (12) 3153 2199, <sup>1</sup>(12) 3132 3215, <sup>2</sup>(12) 3159 5077  
E-mail: rico.noia@ig.com.br<sup>1</sup>, queiroz@dequi.fauenquil.br<sup>2</sup>

**Palavras-chave:** Aerodinâmica, coeficiente de arrasto, modelagem matemática

**Área do Conhecimento:** Ciências Exatas e da Terra

**Resumo-** A força de arrasto que age contra o veículo em movimento é um dos principais fatores no consumo de combustível. Devido a esse fator, as empresas automobilísticas vêm trabalhando em cima de pesquisas na aerodinâmica de veículos para que se consiga diminuir o coeficiente de arrasto, que são testados em túneis de vento. Pequenas mudanças no modelo dos veículos terrestres podem trazer grandes benefícios econômico. Aplicando a modelagem matemática nos dados obtidos pode-se entender melhor a aerodinâmica dos veículos e melhorar os projetos dos veículos para alcançar os objetivos desejados de estética, segurança e economia.

## Nomenclatura

Fd	- Força de Arrasto [kgf]
$\rho$	- Massa Específica [kg/m <sup>3</sup> ]
A	- Área Frontal [m <sup>2</sup> ]
Cd	- Coeficiente de Arrasto
Fr	- Resistência ao Rolamento [kgf]
W	- Peso do Veículo [N]
Cr	- Coeficiente de Resistência ao Rolamento
V	- Velocidade [km/h]
P	- Potência [kw]

## Introdução

No Brasil os veículos terrestres são os meios de transportes mais usados pela população e pelas empresas. Devido ao grande crescimento do uso de veículos terrestres que as empresas fabricantes de veículos automotores vem desenvolvendo novas tecnologias para que as melhorias a serem feitas nos projetos de veículos visem aspectos econômicos, confiabilidade, durabilidade, segurança, e estética entre outros.

Desde 1910 as empresas automobilísticas vêm revolucionando o mercado com modelos de carros mais arrojados. Todas essas mudanças promovidas nos projetos dos carros têm como objetivos proporcionar uma beleza externa ao veículo e diminuir a força de arrasto que é gerada pelo movimento do automóvel no ar. De acordo com [1], a força de arrasto é a interação entre o ar atmosférico e a superfície externa do veículo que induz uma força contrária ao sentido de movimento do automóvel. A força de arrasto (Fd) somada à resistência ao rolamento (Fr) permite

analisar o comportamento aerodinâmico de um veículo que, no presente trabalho, desloca-se em estradas planas com velocidade de intensidade (V) constante.

Esse trabalho pretende descrever o modelo matemático para análise da potência requerida pelo motor de um veículo a uma velocidade constante para vencer as forças de resistência, utilizando alguns dados pesquisados na literatura.

## Desenvolvimento

A intensidade da força de arrasto é expressa pela Equação 1.

$$F_d = C_d \cdot A \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \quad (1)$$

O coeficiente Cd é função da forma do veículo e será tanto menor quanto mais aerodinâmico for ele. Um coeficiente Cd de um carro de passeio é menor que o Cd de um caminhão.

O coeficiente de arrasto  $C_d$  é conhecido quando se ensaiam maquetes de veículos em túneis aerodinâmicos.

De acordo com [2] de 1910 a 1995 a redução do coeficiente de arrasto teve um valor representativo conforme mostra a Figura 1:

ANO	MODELO BÁSICO	$C_d$
1910		0,74
1930		0,70
1940		0,67
1945		0,48
1960		0,43
1970		0,41
1975		0,40
1985		0,34
1995		0,29

Figura 1 – Coeficientes de Arrasto.

A evolução obtida para o coeficiente de arrasto durante os anos pode ser representada graficamente, conforme é mostrado na Figura 2.

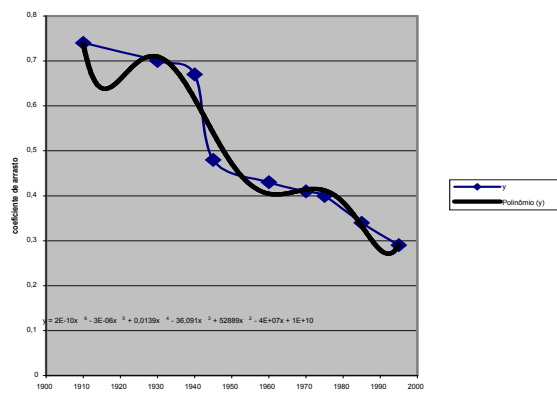


Figura 2 – Gráfico da relação do  $C_d$  com o passar dos anos.

Pode-se observar que o coeficiente de arrasto com o passar dos anos foi diminuindo significativamente. Percebe-se também que esse valor está tendendo para o valor zero, mas nunca chegará a ser exatamente zero, pois sempre haverá uma força do ar agindo sobre o veículo.

Um exemplo fácil de ser analisado é o de uma pequena mudança no perfil de uma perua que acarreta uma diferença significativa no valor do coeficiente de arrasto, conforme a Figura 3.

MODELO	ESQUEMA FRONTAL	$C_d$
	Perfil Redondo	0,40
	Perfil Reto	0,75

Figura 3 – Mudança na Aerodinâmica.

A partir da Equação 1, para um certo veículo,  $C_d$  e  $A$  definidos, a força de arrasto aumenta com o quadrado da velocidade. Para uma mesma velocidade, a força que age em um ônibus é maior do que a força que age sobre um carro de passeio. Uma vez que o produto ( $C_d.A$ ) do ônibus é maior que o do carro de passeio.

A segunda equação necessária para analisar o comportamento aerodinâmico do veículo é dada pela Equação 2, que fornece a força de resistência ao rolamento.

$$Fr = Cr \cdot W \quad (2)$$

O coeficiente de resistência do rolamento depende do tipo de pneu e permanece constante até velocidades próximas a 100 km/h.

A resistência ao rolamento depende também do peso do veículo, então um veículo carregado terá uma resistência ao rolamento maior que se estivesse vazio.

Quando se soma a força de arrasto com a força de resistência ao rolamento obtém-se a força que age em sentido oposto ao movimento, a qual deverá ser vencida pelo motor.

Como potência ( $P$ ) é força ( $F$ ) multiplicada por velocidade ( $V$ ), a potência total fornecida pelo motor para manter o veículo com velocidade constante  $V$  é obtida, simplesmente, multiplicando ( $F_d + F_r$ ) por  $V$ , dada pela Equação 3.

$$P = C_d \cdot A \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^3 + C_r \cdot W \cdot V \quad (3)$$

Pela Equação 3 pode-se observar que a potência total é dividida em duas partes: potência aerodinâmica ( $P_A$ ) e potência de rolamento ( $P_R$ ).

Simulação

Sejam os seguintes exemplos:

Exemplo 1

Considerando os dados fornecidos na Tabela 3, foram calculadas as potências aerodinâmica e de rolamento para um caminhão.

Tabela 3 – Valores Referentes a um Caminhão.

CAMINHÃO DE TRANSPORTE	
$m = 32.000 \text{ kg}$	
$g = 9,8 \text{ m/s}^2$	
$W = 313.600 \text{ N}$	
$A = 7 \text{ m}^2$	
$C_d = 1,0$	
$C_r = 0,013$	
$\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$	V em km/h
$P = 0,090 V^3 + 1.132,44 V$	
$P_A = 0,090 V^3$	$P_R = 1.132,44 V$

As referidas potências para o caso, foram plotadas em um gráfico em função da intensidade da velocidade do caminhão, conforme a Figura 4.

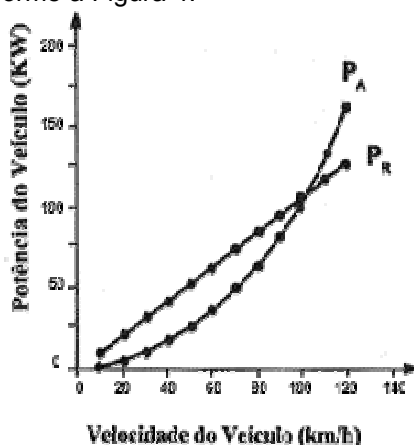


Figura 4 – Gráfico das potências em função da intensidade da velocidade do caminhão.

Exemplo 2:

Em relação ao ônibus interestadual ou intermunicipal que tem um consumo de 3,5 km/l

de óleo diesel. A uma velocidade de 100 km/h, aproximadamente 50% do consumo total é gasto para vencer o arrasto aerodinâmico. Dessa forma, uma redução de 30% do valor do  $C_d$  (através de melhorias na sua forma aerodinâmica) acarreta uma economia de 15% de combustível. Admitindo que esse ônibus trafegue 20 horas por dia e 30 dias por mês, verifica-se uma economia de R\$300.000,00. Conclui-se que a economia alcançada com treze ônibus é suficiente para comprar uma nova unidade todo ano.

Exemplo 3

Considerando os dados fornecidos na Tabela 4, foram calculadas as potências aerodinâmica e de rolamento para um carro de passeio.

Tabela 4 – Valores referentes a um carro.

CARRO DE PASSEIO	
$m = 1.800 \text{ kg}$	
$g = 9,8 \text{ m/s}^2$	
$W = 17.640 \text{ N}$	
$A = 2 \text{ m}^2$	
$C_d = 0,45$	
$C_r = 0,013$	
$\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$	V em km/h
$P = 0,0115 V^3 + 63,70 V$	
$P_A = 0,0115 V^3$	$P_R = 63,70 V$

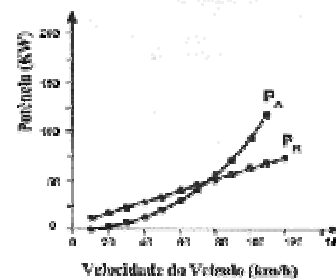


Figura 6 – Gráfico das potências em função da intensidade da velocidade de um carro de passeio.

Discussão

Em relação ao exemplo 1 de acordo com o gráfico quando o veículo atingir 100 km/h a potência aerodinâmica e a potência de rolamento terão o mesmo valor para as velocidades. Acima de 110 km/h (caminhão), a parcela referente ao arrasto aerodinâmico supera a de resistência ao rolamento. Quando o caminhão em questão está a 120 km/h a potência aerodinâmica é 155,52 kW e a do rolamento é 113,24 kW.

Nessa velocidade 57,8% do combustível é gasto para vencer o arrasto aerodinâmico. Bastam pequenas providências, como instalação de aerofólios em cima da cabine ou arredondamentos dos cantos vivos da carroceria, para se diminuir o  $C_d$  e economizar-se combustível, conforme é ilustrado na Figura 5.

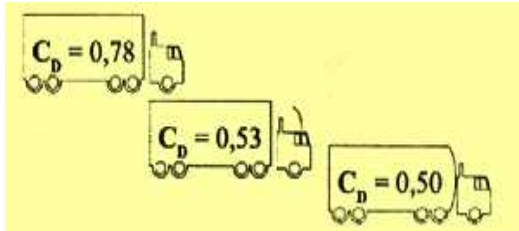


Figura 5 – Mudança na Aerodinâmica.

Em relação ao exemplo 3 a potência aerodinâmica será igual a potência de resistência do rolamento quando a velocidade atingir aproximadamente 75 km/h. Um veículo de passeio a 120 km/h, o combustível gasto para vencer a resistência do ar é aproximadamente 72,2% do consumo total. Pode-se perceber também que a influência da potência de rolamento de um veículo de passeio para o consumo de combustível é menor devido ao peso ( $W$ ) menor.

### Conclusão

Pode-se verificar que com pequenas mudanças feitas na aerodinâmica de veículos terrestres pode-se obter uma melhora no rendimento e uma redução de consumo de combustível do veículo. Um dos principais objetivos das empresas fabricantes de veículos automotores a ser alcançado é a redução do coeficiente de arrasto.

A modelagem matemática dos dados obtidos nos testes permite entender melhor a aerodinâmica dos veículos e melhorar os projetos dos veículos para alcançar os objetivos desejados de estética, segurança e economia.

### Referências

[1] (Vento a vapor. Brasil [on-line], 2002. [citado em 24 de junho de 2004]. Disponível na Word Web: [www.universiabrasil.net/material.jsp?materia=973](http://www.universiabrasil.net/material.jsp?materia=973))

[2] (Matemática Aplicado a vida. [on-line]. Brasil. [citado em 2 de julho de 2004]. Disponível na Word Web: [www.prandiano.com.br](http://www.prandiano.com.br)).