

# MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

*Gisele Machado Mota*<sup>1</sup>, *Luiz Carlos de Queiroz*<sup>2</sup>

<sup>1</sup>UNISAL - Centro Universitário Salesiano de São Paulo, Unidade de Ensino de Lorena, Departamento de Matemática, (12) 3119 1143, [gimmota@hotmail.com](mailto:gimmota@hotmail.com)

<sup>2</sup>UNISAL- Centro Universitário Salesiano de São Paulo, Unidade de Ensino de Lorena, Departamento de Matemática, (12) 3159 5077, [queiroz@dequi.faelquil.br](mailto:queiroz@dequi.faelquil.br)

**Palavras-chave:** Modelagem matemática, educação matemática, ensino-aprendizagem

**Área do Conhecimento:** Ciências Exatas e da Terra

**Resumo-** No ensino de Matemática, nas diversas séries, existe um abismo que separa a Matemática da realidade, causando nos alunos um baixo rendimento e desinteresse pela disciplina. A modelagem matemática é riquíssima para despertar o interesse dos alunos pela Matemática. Ela é constituída de um conjunto de procedimentos que objetiva construir um modelo para analisar matematicamente os fenômenos que ocorrem no cotidiano, ajudando a interpretar, fazer previsões e tomar decisões. Os professores que buscam novos caminhos para melhorar o processo ensino-aprendizagem da Matemática têm na modelagem matemática um recurso de grande potencial, considerando que o método explora a intuição e a criatividade do aluno. O objetivo da modelagem matemática no ensino é levar o aluno a aprender e a fazer modelos matemáticos e também adquirir conhecimento matemático. Quando o professor passa a ministrar aulas integradas às situações reais contribui para que se despertem o interesse e o espírito crítico do aluno.

## Introdução

O ensino de Matemática, hoje, vem enfrentando muitos desafios, pois além de preocupar-se com a formação de um cidadão para o novo século, o qual comandará as futuras atividades sociais, deve-se preocupar também com a falta de interação entre a Matemática que é aprendida na escola e a que é praticada no dia-a-dia.

A Matemática de acordo com [2], é o alicerce de quase todas as áreas do conhecimento e dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivo e criativo. Tem sua utilização defendida nos diversos graus de escolaridade como meio para emergir a habilidade em criar, resolver problemas e modelar. Portanto, deve ser muito bem ensinada.

Desafios como esses e a importância dessa disciplina têm estimulado os envolvidos com a educação matemática a procurarem novos caminhos para o seu ensino, e nessa procura viu-se na modelagem matemática uma grande aliada.

## Desenvolvimento

**Modelo:** Segundo o dicionário da língua portuguesa, modelo significa uma representação de alguma coisa, um padrão ideal a ser atingido ou um tipo particular dentro de uma série. De acordo com outros autores, modelo é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e

expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções.

O ser humano busca sempre a idéia de modelo para agir ou comunicar-se, é inerente ao homem recorrer a modelos. Assim a modelagem é um processo que participa de nossa vida como forma de constituição e expressão do conhecimento e cultura [2], e deve ser considerada no contexto escolar.

**Modelagem Matemática:** Modelagem matemática é a representação, através de equações ou sistemas de equações matemáticas, de fenômenos físicos, ecológicos, sociais, etc. É o processo que envolve a obtenção de um modelo, constitui-se de um conjunto de procedimentos que objetiva construir um modelo para analisar matematicamente os fenômenos que ocorrem no cotidiano, ajudando a interpretar, fazer previsões e tomar decisões.

Como metodologia de ensino, a modelagem matemática tem importantes objetivos. O principal deles é o desenvolvimento do interesse pela pesquisa de dados e dos aspectos matemáticos de determinada comunidade ou grupo cultural e a aquisição de conhecimentos matemáticos. Isso pode ser realizado através de uma atividade que seja atraente e que se relacione aos costumes dos alunos (modeladores). O modelador aprende a "fazer" Matemática na medida em que faz e refaz os seus modelos, melhorando-os.

Convém salientar que muitas vezes os dados obtidos na modelagem matemática são de natureza essencialmente etnomatemática,

provenientes dos costumes de uma comunidade que os utiliza sem qualquer preocupação com a cientificidade de sua origem [1]. Os passos para se fazer modelagem matemática são segundo [3]:

“(1) Escolha do tema: Há necessidade de se realizar o levantamento de possíveis temas de estudos a serem desenvolvidos pelos alunos. Estes temas, por exemplo, podem ser: setores de produção, situações econômicas, políticas, sociedade, agricultura, educação, artes, saúde, etc. Os temas devem ser abrangentes para que eles possam propiciar questionamentos em várias direções. Uma vez selecionado o tema, a turma é dividida em grupos de alunos que possuem o mesmo interesse de pesquisa. A escolha do tema deve ser orientada pelo professor, pois é importante que os alunos se envolvam no processo e se sintam motivados pelos temas e problemas que serão levantados. Tendo escolhido o tema, não se tem a noção exata do tipo de matemática que vai surgir. Assim, devem-se fazer pesquisas, contar ou medir, pois sempre aparecerá uma tabela de dados para que se possa dar início ao processo de modelagem.

(2) Pesquisa sobre o tema: Os participantes do grupo devem fazer visitas a vários locais como museus, indústrias, cooperativas, laboratórios, fazendas, universidades, bibliotecas, jornais e revistas, órgãos públicos, de acordo com as necessidades do tema escolhido, para buscar o entendimento do tema que irão estudar. A busca de novas informações deve ser realizada utilizando-se referências bibliográficas colhidas em livros, revistas, Internet, entrevistas ou através de experiências vivenciadas por culturas específicas. A pesquisa tem como objetivo a coleta de dados quantitativos e qualitativos que possam auxiliar na formulação das hipóteses. Estes conhecimentos devem ser analisados e interpretados como preparação dos modelos matemáticos que podem ou não ser baseados nas maneiras de se fazer matemática de determinados grupos culturais.

(3) Elaboração de questionamentos: Os questionamentos propostos inicialmente pelos alunos são retirados das situações pesquisadas. São questões diretas cujas formulações são equivalentes aos conteúdos matemáticos que eles conhecem. De uma maneira geral, as primeiras questões colocadas são bastante simples, podendo ser solucionadas com a utilização de uma Matemática considerada elementar. Inicialmente, essas questões não enfatizam a necessidade de se conhecer como as questões foram formuladas, o que foi considerado, rejeitado, e qual o relacionamento de cada questão com o tema. Existirá nesta fase,

uma espécie de inibição para questionamentos maiores. Assim, a partir destes primeiros questionamentos, começa a ser feita uma ampliação das idéias que envolverão os alunos na procura de generalizações e analogias com situações correlatas.

(4) Elaboração dos modelos matemáticos: Por sua natureza conceitual e abstrata, este estágio é muito importante, pois os alunos necessitam de grande ajuda do professor. Procedese a interpretação dos dados colhidos na pesquisa de campo, sistematiza a coleta e analisa os dados. Nesta etapa elaboram-se questionários que serão utilizados como métodos específicos de amostragem. Posteriormente, efetua-se uma análise das relações entre as variáveis que são consideradas essenciais para o entendimento do fenômeno estudado, formulando as hipóteses, estabelecendo desta forma os modelos matemáticos que usualmente são elaborados com a formulação de certos conteúdos matemáticos. Neste estágio, os pré-requisitos matemáticos devem ser trabalhados durante todo o processo. Se o modelo que está sendo analisado é para o aprendizado de um novo conteúdo matemático, é necessário que os alunos saibam o que se pretende com a análise do modelo, descrevendo todas as características que são importantes. Deve-se indicar também o porque de certas características serem consideradas e outras rejeitadas. Esse procedimento é um aspecto conceitual importante do processo de modelagem, pois tem como objetivo desenvolver a criação de uma imagem mental da situação que está sendo modelada. Este aspecto permite aos alunos experimentá-la mentalmente, internalizando os conceitos necessários à aprendizagem.

(5) Formulação dos problemas matemáticos: A formulação dos problemas matemáticos deve surgir em consequência de uma série de exemplos analisados pelo professor. O professor deve auxiliar os alunos no entendimento das questões relacionadas ao tema de pesquisa para serem resolvidos. O papel do professor é de mediador do processo, pois esclarece as dúvidas e sugere abordagens diferenciadas ao tema de estudo, num processo dialógico. Todos os questionamentos devem partir do grupo. O professor deve dinamizar o processo. Se as questões não surgirem, ele deve buscar um caminho que induza os alunos a buscarem os seus próprios problemas. A transferência da relação verbal (linguagem materna) em simbologia matemática é uma tarefa que exige um grande esforço por parte dos alunos. O professor deve dar uma atenção cuidadosa para a simbologia que os alunos conhecem,

principalmente com relação aos símbolos padronizados, aos parâmetros ou para os dados fornecidos, direcionando os alunos para a formulação dos problemas matemáticos. A formulação de um problema em termos matemáticos é sempre o estágio mais difícil da modelagem. Esta fase deve ser enfrentada com o auxílio do professor e também com a criatividade dos alunos.

(6) Resolução dos problemas matemáticos: Esta fase é importante, pois conduz para a tomada de decisão, e merece atenção especial, dada a sua importância no processo. Algumas vezes, o problema não precisa ser solucionado com exatidão. Assim, as suposições ou aproximações são freqüentes e necessárias na resolução dos problemas. Devemos ser cuidadosos em não antecipar as dificuldades matemáticas que os alunos possam ter, deixando que elas fluam naturalmente. É importante que não enfatizemos a resolução dos modelos matemáticos em torno de uma técnica particular ou de uma teoria específica. Nesta fase, os conceitos matemáticos que foram identificados na solução dos modelos matemáticos devem ser sistematizados.

(7) Interpretação da solução: As discussões devem ser incentivadas e constantes para que os componentes do grupo possam atingir o mesmo grau de compreensão na interpretação da solução dos modelos matemáticos. Os grupos devem trabalhar em seus projetos independentemente. O professor funciona como monitor dos grupos e quando constata problemas comuns e de interesse de todos os grupos, deve propor uma aula coletiva abordando o conteúdo necessário. A interpretação da solução matemática envolve a volta aos conceitos matemáticos que estão relacionados ao problema. A interpretação pode ser realizada de maneira analítica, gráfica ou algébrica.

(8) Comparação do modelo com a realidade: Nesta fase, faz-se a comparação do modelo matemático com o sistema analisado. A validação dos modelos deve ser o mais coerente possível com a realidade pesquisada. Se porventura, o modelo não for bom, o sistema deve ser retomado com a elaboração de modelos mais significativos ou, se necessário, novas pesquisas devem ser efetuadas, tornando assim o processo dinâmico. Se o modelo for satisfatório, devemos procurar utilizá-lo para fazer previsões, análises ou qualquer outra forma de ação sobre a realidade. Um modelo é considerado bom se sua capacidade de previsão valida a solução do problema quando confrontado com a realidade.

(9) Relatório e defesa do tema: No final de cada etapa, os grupos devem expor os resultados da pesquisa para a classe, que pode colaborar com sugestões para a continuação ou modificação dos modelos. No final do processo, o trabalho deve ser exposto numa espécie de defesa de tese e cada grupo deve apresentar um relatório final onde devem constar os modelos criados para cada questionamento, as hipóteses e as devidas conclusões.

(10) Avaliação: Na apresentação e defesa do tema, os participantes dos demais grupos devem agir como uma espécie de banca examinadora. Este momento é importante, pois acontece a troca de experiências e críticas com o propósito da melhoria do projeto. Cada grupo é avaliado pelo seu desempenho e cada aluno é avaliado pelos elementos dos grupos, além da auto-avaliação. O professor também avalia as apresentações e os relatórios apresentados pelos grupos.”

A modelagem de uma situação ou problema real pode ser esquematizada, como mostra a Figura 1.

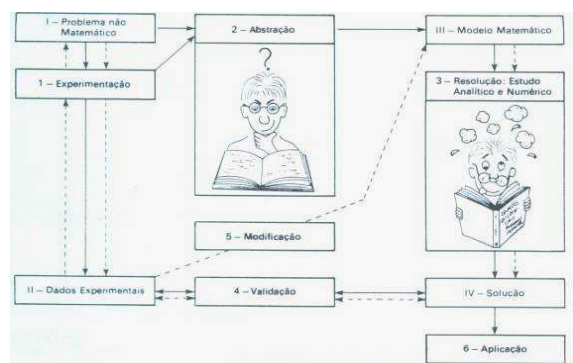


Figura 1 – Esquema da modelagem matemática, conforme [1].

Exemplo de modelagem matemática: Aqui é mostrado um modelo matemático proposto de uma atividade experimental originada da pergunta: Qual é a variação do nível da água em um recipiente, quando são colocadas bolinhas de gude no recipiente, que continha um volume inicial de água? O modelo matemático pode ser resolvido através do levantamento de dados da situação, experimentações, formulação e resolução de equações. Este exemplo pode ser aplicado nas séries do Ensino Médio por usar conceitos de geometria analítica.

Experimento: Observando o nível de água em um copo, adaptado de [4].

Neste experimento, o nível da água no copo é função do número de bolinhas de gude que são colocadas dentro do copo. Considere o número

de bolinhas como a variável independente e o nível de água como variável dependente.

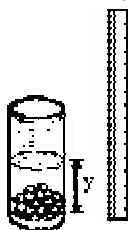


Figura 2 – Nível de água em um copo cilíndrico.

#### Equipamentos:

- Um copo cilíndrico por grupo de alunos;
- Várias bolinhas de gude;
- Uma régua por grupo;
- Folhas de papel milimetrado, uma por aluno.

#### Procedimentos:

- Trabalhar em grupos de dois ou três alunos;
- Colocar água no copo até atingir uma altura inicial de 6cm;
- Colocar as bolinhas de gude no copo com água (cinco bolinhas de cada vez) e anotar numa tabela o nível da água;
- Construir, na folha de papel milimetrado, o gráfico do nível da água em função do número de bolinhas, a partir dos valores obtidos.

#### Organização e análise dos resultados:

- Encontre uma possível equação para a situação trabalhada. A partir, dessa equação, responda:
  - À medida que as bolinhas são acrescentadas, o que acontece com a altura da água no copo?
  - Quantas bolinhas de gude devem ser colocadas para que a água fique no limite da borda do copo?
  - Que altura teremos se colocarmos somente uma bolinha no copo? E se colocarmos nove bolinhas?
  - Como você explica o fato do gráfico ter dado uma reta?
  - Mudando o tamanho das bolinhas e/ou o raio do copo, o que muda na expressão da função?
- Deduza uma relação entre  $x$  e  $y$  a partir da situação geométrica.

#### Conclusões

A modelagem matemática como proposta de ensino de Matemática vem para ajudar o professor a motivar os alunos. O professor poderá realizar atividades dinâmicas e fugir do tradicionalismo, muitas vezes existente nas aulas de Matemática. Ela pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece e confirmar aqueles que ele já sabe.

[1] afirma que trabalhar com modelagem no ensino não é apenas uma questão de ampliar conhecimento matemático, mas, sobretudo, de se estruturar a maneira de pensar e agir do aluno.

Espera-se que durante este processo, educandos e professores adquiram e desenvolvam de maneira semelhante o senso crítico, isto é, uma forma de cidadania baseada no entendimento e na igualdade. Este processo de pesquisa é formulado para dar experiência aos modeladores para tornarem-se cidadãos e profissionais críticos. Este aspecto do aprendizado é muito importante, pois contribui para acelerar o processo de transformação social. É de vital importância na resolução de problemas e desafios que estão e estarão presentes em nossas comunidades. Também, confirma que aprender a valorizar diversas e maneiras alternativas de resolver problemas é uma das mais altas formas do desenvolvimento intelectual para todos os indivíduos.

#### Referências

- BASSANEZI, R. C. Equações Diferenciais com Aplicações. Campinas: Editora Harbra, 1988.
- BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática. Blumenau: Editora da FURB, 1999.
- OREY, C. Daniel. Etnomatemática como ação pedagógica. California State University, Sacramento, California, USA, 2004. Disponível na Word Wide Web: <<http://www.csus.edu/indiv/o/oreyd>>. Acesso em 8 maio 2004.
- WINTER, Mary Jean. CARLSON, Ronald J. Algebra experiments I. Disponível na Word Wide Web: [http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo\\_mat/cfunc/ao/rexp3.htm](http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo_mat/cfunc/ao/rexp3.htm). Acesso em 24 abril 2004.